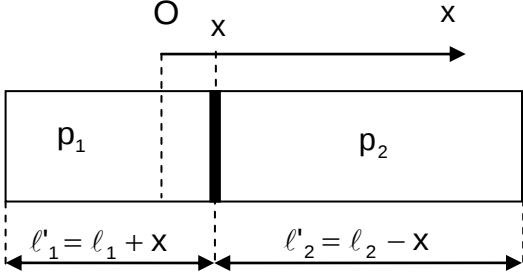
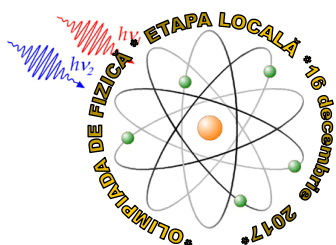
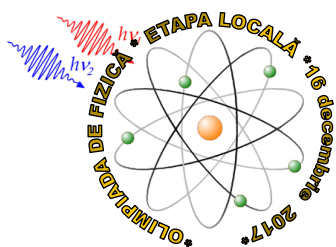


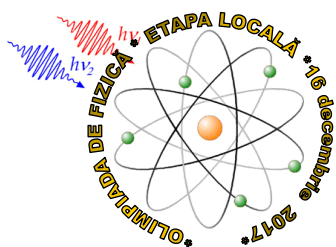
Problema I		Parțial	Punctaj
Total subiect			10 p
a)	 La o deplasare a pistonului pe distanța x, se modifică presiunile din cele două compartimente. Proiecția forței de revenire a pistonului în starea de echilibru stabil pe axa Ox: $F_x = -(p_2 - p_1)S$ Expresiile presiunilor în cele două compartimente: $p_1 = \frac{p \ell_1}{\ell_1 + x} \text{ și } p_2 = \frac{p \ell_2}{\ell_2 + x}$ $F_x = -Sp \left(\frac{\ell_2}{\ell_2 - x} - \frac{\ell_1}{\ell_1 + x} \right) = -Sp \left[\left(1 - \frac{x}{\ell_2} \right)^{-1} - \left(1 + \frac{x}{\ell_1} \right)^{-1} \right]$ Doar pentru amplitudini de oscilație mult mai mici ca lungimile compartimentelor, forța de revenire a pistonului în starea de echilibru stabil este de tip elastic: $A \ll \ell_1 < \ell_2$ În acest caz, expresia proiecției forței pe axa Ox devine: $F_x \cong -Sp \left[1 + \frac{x}{\ell_2} - 1 + \frac{x}{\ell_1} \right] = -\frac{Sp(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_1 \cdot \ell_2} x = -k \cdot x$ $k = \frac{Sp(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_1 \cdot \ell_2}$ $\omega_T = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{Sp(\ell_1 + \ell_2)}{m \cdot \ell_1 \cdot \ell_2}}$	0,5	3 p
		0,5	
		0,5	
		0,5	
		0,5	



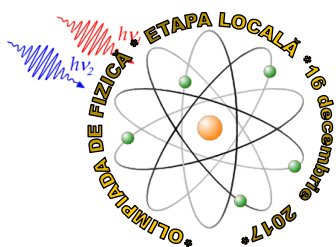
b)	Analog punctului a), ținând seama de ecuația Poisson se obține proiecția forței rezultante pe axa Ox:		
	$F_x = -Sp \left[\left(1 - \frac{x}{\ell_2} \right)^{-\gamma} - \left(1 + \frac{x}{\ell_1} \right)^{-\gamma} \right]$	1	3 p
	Pentru amplitudini de oscilație mici, forța de revenire este de tip elastic:		
	$F_x \cong -Sp \left[1 + \gamma \frac{x}{\ell_2} - 1 + \gamma \frac{x}{\ell_1} \right] = -\frac{\gamma Sp(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_1 \cdot \ell_2} x = -k_{ad} \cdot x$	1	
	$k_{ad} = \frac{\gamma Sp(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_1 \cdot \ell_2}$	0,5	
	$\omega_{ad} = \sqrt{\frac{k_{ad}}{m}} = \sqrt{\frac{\gamma Sp(\ell_1 + \ell_2)}{m \cdot \ell_1 \cdot \ell_2}}$	0,5	
c)	$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$		
	Din condiția inițială $x(0) = A$, rezultă $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$, deci		
	$x = A \sin\left(\omega_{ad}t + \frac{\pi}{2}\right) = A \sin\left(\sqrt{\frac{\gamma Sp(\ell_1 + \ell_2)}{m \cdot \ell_1 \cdot \ell_2}}t + \frac{\pi}{2}\right) = A \cos\sqrt{\frac{\gamma Sp(\ell_1 + \ell_2)}{m \cdot \ell_1 \cdot \ell_2}}t$	1	3 p
	$v_x = \omega_{ad}A \cos\left(\omega_{ad}t + \frac{\pi}{2}\right) = A \sqrt{\frac{\gamma Sp(\ell_1 + \ell_2)}{m \cdot \ell_1 \cdot \ell_2}} \cos\left(\sqrt{\frac{\gamma Sp(\ell_1 + \ell_2)}{m \cdot \ell_1 \cdot \ell_2}}t + \frac{\pi}{2}\right)$		
	Sau $v_x = -\omega_{ad}A \sin \omega_{ad}t = -A \sqrt{\frac{\gamma Sp(\ell_1 + \ell_2)}{m \cdot \ell_1 \cdot \ell_2}} \sin\left(\sqrt{\frac{\gamma Sp(\ell_1 + \ell_2)}{m \cdot \ell_1 \cdot \ell_2}}t\right)$	1	
	$E = \frac{1}{2} k_{ad} A^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma Sp(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_1 \cdot \ell_2} \cdot A^2$	1	
Oficiu			1 p



Problema III	Parțial	Punctaj
Total subiect		10 p
Pana la ciocnire perioadele de oscilatie sunt egale: $T_1 = T_2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} \quad (1)$	1 p	
Dupa desprinderea fragmentului perioada pendulului gravitacional nu se modifica, iar dupa ciocnirea plastica perioada de oscilatie a oscilatorului elastic creste: $T_2' = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M+m}{k}} \quad (2)$	2 p	
Pentru ca ciocnirea plastica sa se produca in punctul P_3 trebuie ca timpul de cadere sa fie multiplu intreg al perioadei de oscilatie: $t_{cadere} = n \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} \quad (3)$ unde n nu poate fi zero (pendulul gravitacional nu ar functiona), nu poate fi 3 (pendulul gravitacional ar oscila de trei ori pana la ciocnirea plastica iar a patra oscilatie ar trebui sa aiba o perioada egala cu cea a oscilatorului elastic, conditie neverificata) si nu poate fi nici 4 conform enuntului problemei. Raman posibile valorile $n=1$ si $n=2$.	2 p	
Analizam cazul $n=1$. Din momentul ciocnirii plastice pendulul gravitacional mai efectueaza trei oscilatii complete. Pentru a ajunge simultan cu acesta in punctul de intoarcere P_3 oscilatorul elastic trebuie sa efectueze in acest timp doua oscilatii complete sau una singura: $3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M+m}{k}} \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{5}{4} \quad (4)$ in cazul in care oscilatorul elastic efectueaza doua oscilatii dupa ciocnirea plastica. Daca mai efectueaza doar o oscilatie avem: $3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M+m}{k}} \Rightarrow \frac{m}{M} = 8 \quad (5)$	2 p	
Analizam cazul $n=2$. Din momentul ciocnirii plastice pendulul gravitacional mai efectueaza doua oscilatii complete. Pentru a ajunge simultan cu acesta in punctul de intoarcere P_3 oscilatorul elastic trebuie sa efectueze in acest timp doar o oscilatie completa: $2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M+m}{k}} \Rightarrow \frac{m}{M} = 3 \quad (6)$	2 p	
Oficiu		1 p



<u>Problema III</u>	Parțial	Punctaj
Total subiect		10 p
Vom numi „oscilația numărul 1” oscilația reprezentată cu linie continuă subțire și „oscilația numărul 2” pe cea desenată cu linie punctată. Suma lor, care prezintă fenomenul de bătăi, este desenată printr-o linie continuă mai groasă. Observăm din grafic faptul că cele două oscilații care se compun au amplitudini egale cu 0,10 m. Ca urmare amplitudinea bătăilor variază între $(A_1 + A_2) = 0,20$ m și $(A_1 - A_2) = 0,00$ m, ceea ce se observă și direct din grafic. Faza inițială a oscilației 1 este nulă, iar faza inițială a oscilației 2 este egală cu π .	3 p	
Mai observăm că „oscilația numărul 1” efectuează un număr de 10 oscilații complete în intervalul de timp de 10 s. Deducem că perioada de oscilație este de 1 secundă și frecvența de $1/T_1 = 1$ Hz. Mai observăm că „oscilația numărul 2” efectuează aproximativ 13,5 oscilații până la momentul 15 s. De aici deducem că perioada oscilației numărul 2 este $T_2 = 15/13,5$ s = 1,11 s și frecvența este $1/1,11 = 0,9$ Hz.	3 p	
Dacă măsurăm pe grafic timpul scurs între două maxime consecutive ale bătăilor, găsim aproximativ: $(17 - 6)$ s = 11 s. Frecvența bătăilor va fi $1/11$ Hz = 0,09 Hz, rezultat apropiat de valoarea obținută ca diferența a frecvențelor mai precis determinate la punctul 2, $(1 - 0,9)$ Hz = 0,10 Hz: $\nu_{batai} = \nu_1 - \nu_2 \Rightarrow \frac{1}{T_{batai}} = \left \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right = \frac{ T_2 - T_1 }{T_1 \cdot T_2} \Rightarrow$ $T_{batai} = \frac{T_1 \cdot T_2}{ T_2 - T_1 } = \frac{1\text{ s} \cdot 1,11\text{ s}}{1,11\text{ s} - 1\text{ s}} = 10,09\text{ s}$ de asemenea rezultat apropiat de cel estimat mai sus de 11 s (adică jumătate din perioada de oscilație a amplitudinii oscilației compuse).	3 p	
Oficiu		1 p

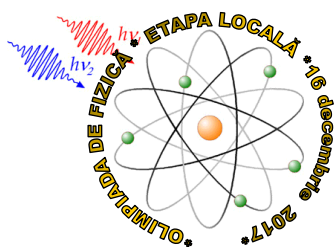


INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
CONSTANȚA

CLASA a XI - a * Rezolvări și bareme*



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
CONSTANȚA

CLASA a XI - a * Rezolvări și bareme*



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE