

CLASA a XI - a * Subiecte *

1. Metoda celor mai mici pătrate

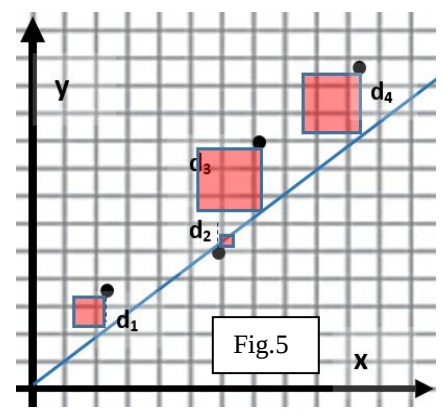
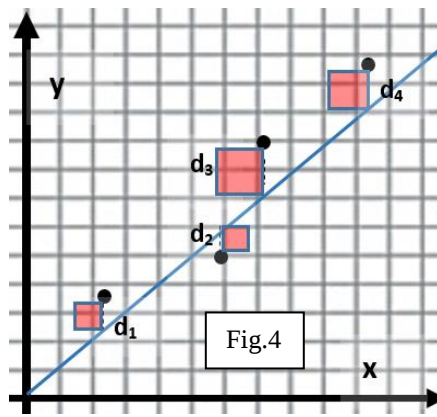
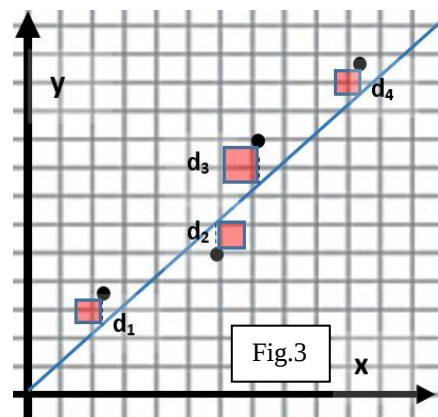
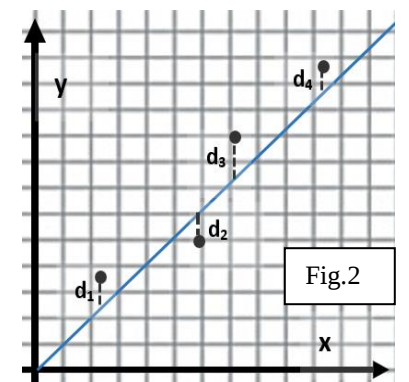
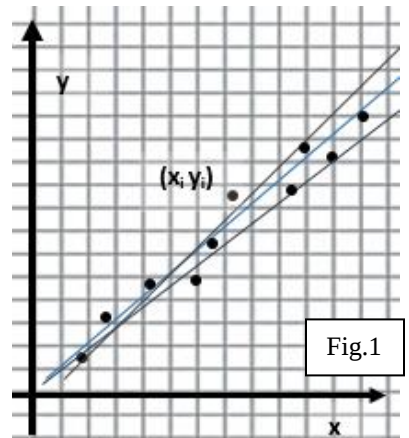
Explicarea naturii problemei Să presupunem că avem un set de date experimentale (x_i, y_i) a căror dependență este liniară (fig.1). Problema care se pune este de a desena dreapta care aproximează cel mai bine aceste date, respectiv de a găsi ecuația acestei drepte. Printre aceste puncte este evident că putem trasa o multitudine de drepte așa cum vedeți în fig.1. Pe baza cărui argument am alege una sau alta dintre acestea? Una din metodele care oferă o soluție la această problemă este așa numita metodă a celor mai mici pătrate. Metoda se bazează pe următoarea idee: Notăm cu d_i distanțele de la punctele experimentale y_i la o dreaptă luată în considerare așa cum se vede în fig.2. Dacă ridicăm aceste distanțe la pătrat obținem ariile unor pătrate desenate în fig.3. Calculăm suma acestor arii. Alegem o altă dreaptă, desenăm noile pătrate și calculăm din nou suma ariilor (fig.4). Se observă că cu cât dreapta desenată se abate mai mult de la punctele experimentale cu atât suma ariilor pătratelor este mai mare (fig.5). Prin urmare dreapta care aproximează cel mai bine datele experimentale corespunde condiției ca suma ariilor pătratelor să fie minimă. În condițiile minimului sumei ariilor, parametrii a și b ai dreptei căutate $y = ax + b$ sunt determinați de expresiile (1) și (2). Această demonstrație se poate găsi în orice manual de fizică experimentală care tratează pe larg această problemă.

$$a = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (1), \quad b = \frac{\langle y \rangle \langle x^2 \rangle - \langle xy \rangle \langle x \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (2)$$

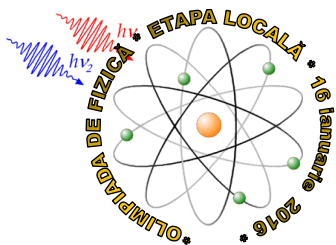
Unde $\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$, $\langle y \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$, $\langle x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2$,

$\langle xy \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i y_i$, N reprezintă numărul perechilor de date experimentale (x_i, y_i) , Σ reprezintă

simbolul de sumă, de exemplu $\sum_{i=1}^N x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_N$.



NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se rezolvă pe o foaie separată. Timp de lucru: 30 minute din momentul primirii subiectelor. Este permisă folosirea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și surse documentare sunt interzise și trebuie depuse în păstrare profesorilor supraveghetori.



CLASA a XI - a * Subiecte*

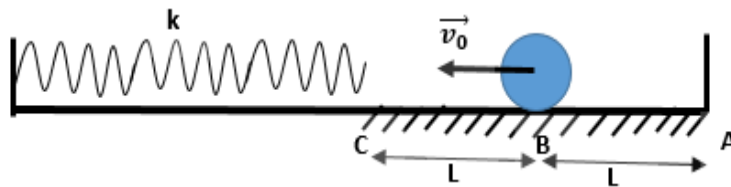
Problemă: Într-un experiment privind determinarea accelerației gravitaționale utilizând metoda micilor oscilații ale unui pendul gravitațional un elev obține datele de mai jos. L reprezintă lungimea pendulului iar T perioada de oscilație.

$L(m)$	0,60	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20
$T(s)$	1,62	1,79	1,94	2,04	2,16	2,22

Cerințe:

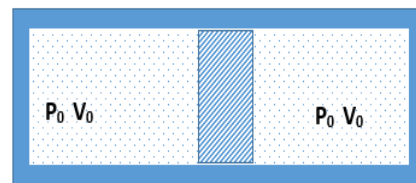
- Scrieți pe foaia de concurs tabelul de mai sus adăugând încă o linie care să reprezinte $T^2(s^2)$. Reprezentați grafic lungimea pendulului funcție de pătratul perioadei $L = f(T^2)$. (3p)
- Aplicați metoda celor mai mici pătrate pentru calculul parametrilor a și b ai dreptei care aproximează cel mai bine $L = f(T^2)$. (4p)
- Calculați folosind rezultatul de la punctul b) accelerația gravitațională așa cum a fost ea determinată în acest experiment. (2p)

- Se consideră sistemul din figură pentru care se cunosc $m = 1\text{kg}$, $L = 1\text{m}$, $k = 20\text{N/m}$, $v_0 = 3\text{m/s}$, $g = 10\text{m/s}^2$, $\mu = 0,1$. Bila este lansată cu viteză inițială așa cum este specificat în figură, resortul este inițial nedeformat, bila nu se prinde de resort, mișcarea se consideră cu frecare doar pe porțiunea AC, ciocnirea cu peretele din A este perfect elastică.



- Ce tipuri de mișcări efectuează bila. Calculați distanța totală parcursă de bilă până la oprire și specificați la ce distanță față de punctul A se va opri. (3p)
- Reprezentați grafic viteza bilei în funcție de timp $v(t)$ din momentul inițial până la oprire. Pe grafic se va specifica clar timpul total, alura graficului pe fiecare porțiune inclusiv momentele de timp corespunzătoare. (6p)

- O posibilitate de a determina experimental exponentul adiabatic al gazelor, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$, ar fi studierea micilor oscilații ale unui piston mobil care separă două compartimente izolate adiabatic de mediul exterior. În fiecare compartiment se găsește același gaz. Pistonul se află inițial în echilibru. Se consideră cunoscute p_0, V_0, m este masa pistonului, S este aria secțiunii transversale. Deplasându-se pistonul pe o distanță x mică față de poziția de echilibru acesta efectuează mici oscilații. Transformarea gazului se consideră adiabatică. Determinați perioada micilor oscilații și explicați cum se poate determina γ utilizând un asemenea sistem. Se folosește aproximarea $(1 \pm x)^n = (1 \pm nx)$ dacă $x \ll 1$. (9p)



Subiecte propuse de prof. Valerica Baban, Liceul Teoretic Ovidius C-ța, prof. Elisabeta Stan, Liceul Teoretic Decebal C-ța.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se rezolvă pe o foaie separată. Timp de lucru: 3 ore din momentul primirii subiectelor. Este permisă folosirea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și surse documentare sunt interzise și trebuie depuse în păstrare profesorilor supraveghetori.