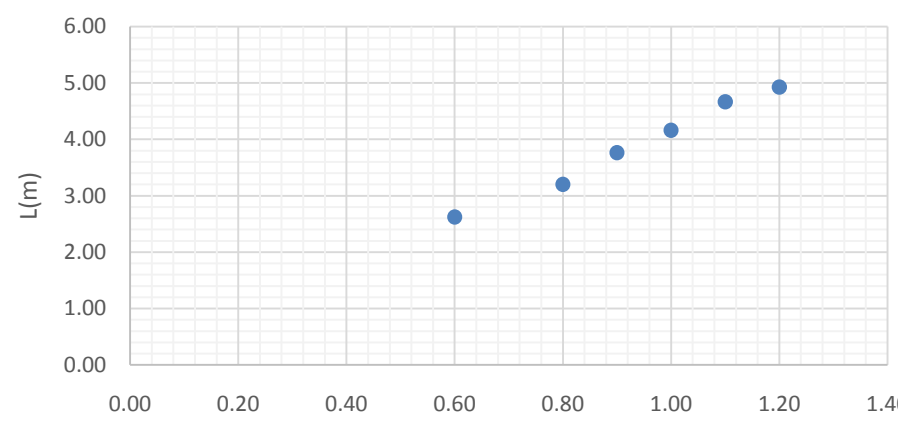


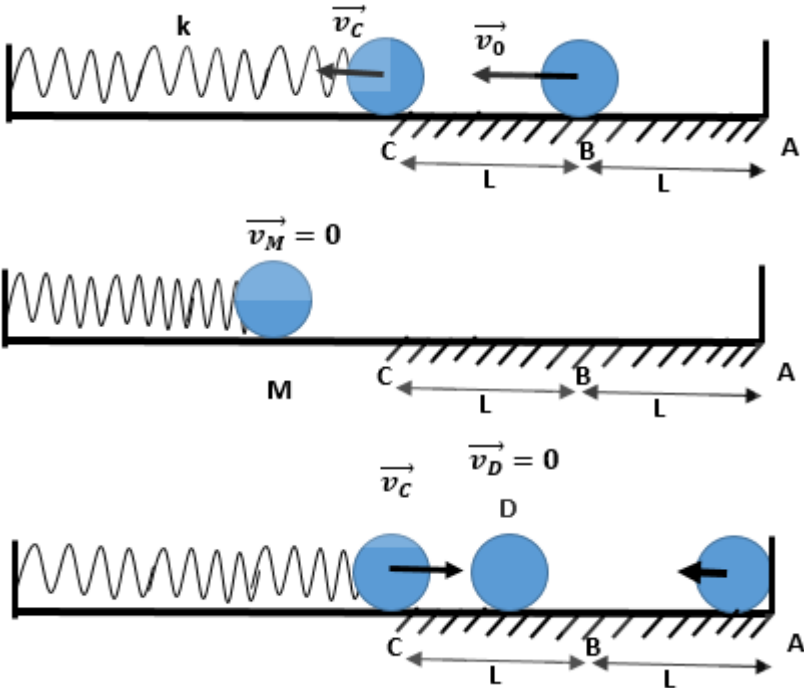
## CLASA a XI - a \* Rezolvări și bareme\*

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |                                  |      |                |                                                    |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|----------------------------------|------|----------------|----------------------------------------------------|
|            | Rezolvare                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |                                  |      |                | Barem                                              |
| Problema 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |                                  |      |                |                                                    |
|            | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 2    | 3     | 4                                | 5    | 6              |                                                    |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | y    |       | x                                | xy   | x <sup>2</sup> |                                                    |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | L(m) | T (s) | T <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> ) |      |                |                                                    |
|            | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.60 | 1.62  | 2.62                             | 1.57 | 6.89           |                                                    |
|            | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.80 | 1.79  | 3.20                             | 2.56 | 10.27          |                                                    |
|            | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.90 | 1.94  | 3.76                             | 3.39 | 14.16          |                                                    |
|            | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 1.00 | 2.04  | 4.16                             | 4.16 | 17.32          |                                                    |
|            | 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 1.10 | 2.16  | 4.67                             | 5.13 | 21.77          |                                                    |
|            | N=6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 1.20 | 2.22  | 4.93                             | 5.91 | 24.29          |                                                    |
|            | <div>L-T^2</div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |                                  |      |                | 3p<br><br>Coloana<br>4 tabel<br>+ grafic<br>corect |
|            | <p><math>\langle x \rangle = \langle T^2 \rangle = 3,89</math></p> <p><math>\langle y \rangle = \langle L \rangle = 0,93</math></p> <p><math>\langle xy \rangle = 3,79</math></p> <p><math>\langle x^2 \rangle = 15,78</math></p> <p><math>\langle x \rangle^2 = 15,14</math></p> <p><math display="block">a = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = \frac{3,79 - 3,89 \cdot 0,93}{15,78 - 15,14} = \frac{3,79 - 3,62}{0,64} = 0,245</math></p> <p><math display="block">b = \frac{\langle y \rangle \langle x^2 \rangle - \langle xy \rangle \langle x \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = \frac{0,93 \cdot 15,78 - 3,79 \cdot 3,89}{0,64} = \frac{14,67 - 14,74}{0,64}</math><math display="block">= \frac{0,07}{0,64} = -0,10</math></p> |      |       |                                  |      |                | 4p                                                 |

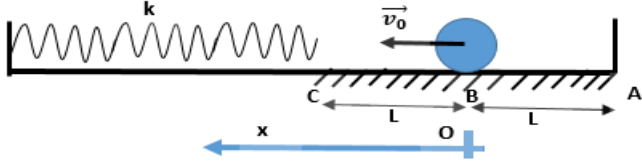
## CLASA a XI - a \* Rezolvări și bareme\*

|  |                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|  | $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ $T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g}$ $l = \frac{g}{4\pi^2} T^2$ <p>Panta dreptei determinate la punctul b) și anume <math>a = \frac{g}{4\pi^2}</math></p> <p>Rezultă <math>g = 4\pi^2 a = 9,66 \text{ m/s}^2</math></p> | 2p |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

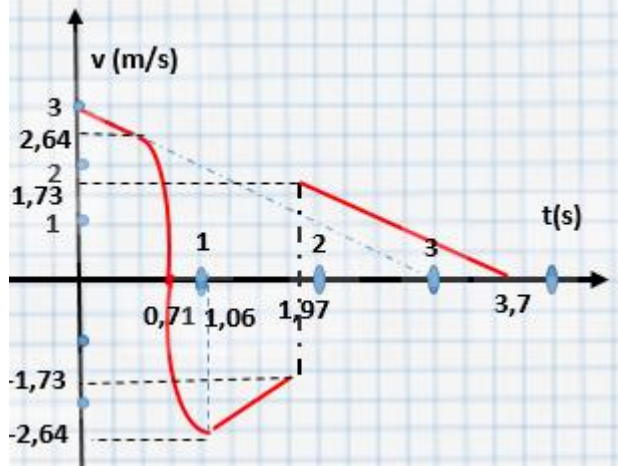
### Problema 2

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|  <p>Porțiunea BC mișcare uniform încetinită<br/>Porțiunea CMC mișcare oscilatorie armonică<br/>Porțiunea CBAD mișcare uniform încetinită, în D se oprește.</p> <p>Bila pierde energie datorită frecării pe porțiunea AC, se oprește atunci când energia cinetică inițială este convertită în căldură prin intermediul lucrului mecanic efectuat de forța de frecare</p> $E_{cB} =  L_{Ff} , \quad \frac{mv_0^2}{2} = \mu mgx, \quad x = \frac{v_0^2}{2\mu g} = 4,5\text{m}$ <p>Bila se oprește în punctul D aflat la 1,5m de A</p> <p>Distanța totală parcursă de bilă până la oprire este</p> | 1p |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

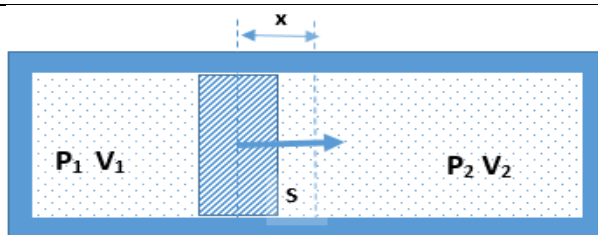
## CLASA a XI - a \* Rezolvări și bareme\*

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |                                          |      |   |                                     |  |       |     |   |   |      |   |  |      |      |  |      |  |      |     |        |   |  |      |   |  |       |  |       |   |  |                                   |  |                                          |  |  |                                     |  |  |  |     |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|------------------------------------------|------|---|-------------------------------------|--|-------|-----|---|---|------|---|--|------|------|--|------|--|------|-----|--------|---|--|------|---|--|-------|--|-------|---|--|-----------------------------------|--|------------------------------------------|--|--|-------------------------------------|--|--|--|-----|
|          | <div><math>d = x + x_1</math></div> <p>Unde <math>x_1</math> reprezintă distanța parcursă în mișcarea oscilatorie armonică adică porțiunea CMC.</p> <p>Din conservarea energie pe porțiunea CM</p> $\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_c^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \mu mgl \quad , \quad A = \sqrt{\frac{m(v_0^2 - 2\mu gl)}{k}} = 0,59m$ $x_1 = 2A = 1,18m$ $d = 5,68m$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 2p       |                                          |      |   |                                     |  |       |     |   |   |      |   |  |      |      |  |      |  |      |     |        |   |  |      |   |  |       |  |       |   |  |                                   |  |                                          |  |  |                                     |  |  |  |     |
| b)       | <div></div> <p>Exceptând porțiunea în care mișcarea este oscilatorie armonică, viteza bilei scade liniar, mișcarea este uniform încetinită cu accelerația <math>a = -\mu g = -1m/s^2</math></p> $v(t) = v_0 + at = 3 - t$ <p>Rezultă că timpul total cât s-ar afla în mișcare dacă am avea în vedere doar porțiunea cu frecare este de <math>t_f = 3s</math>.</p> <p>Pe porțiunea BC,</p> $v_C^2 = v_0^2 - 2\mu gl \quad , \quad v_C = 2,64m/s$ <p>Timpul cât parcurge porțiunea BC este <math>t_1 = 0,36 s</math></p> <p>Pe porțiunea CMC , mișcare oscilatorie armonică, <math>v(t) = \omega A \cos \omega t</math>,<br/>În M bila este în repaus, când se întoarce din nou în C are viteza <math>v_C = -2,64m/s</math></p> <p>Perioada mișcării oscilatorii este : <math>T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 1,4 s</math></p> <p>Bila execută miscarea oscilatorie doar pe jumătate de perioadă <math>t_2 = \frac{T}{2} = 0,7s</math></p> <p>Viteza bilei în A este <math>v_A^2 = v_C^2 - 2\mu g(2l)</math>,</p> $v_A = \frac{1,73m}{s} \quad , \text{timpul cât parcurge CA este } t_3 = \frac{v_A - v_C}{a} = 0,91s$ <p>În total pe porțiunea cu frecare <math>t_1 + t_3 = 1,27</math> , prin urmare porțiunea AD o parcurge în <math>t_4 = t_f - t_1 - t_3 = 1,73 s</math></p> <p>În concluzie,</p> <table><tr><td>punctele</td><td>B</td><td></td><td>C</td><td>M</td><td></td><td>C</td><td></td><td>A</td><td>D</td></tr><tr><td>t(s)</td><td>0</td><td></td><td>0,36</td><td>0,71</td><td></td><td>1,06</td><td></td><td>1,97</td><td>3,7</td></tr><tr><td>v(m/s)</td><td>3</td><td></td><td>2,64</td><td>0</td><td></td><td>-2,64</td><td></td><td>-1,73</td><td>0</td></tr><tr><td></td><td colspan="2">Uniform încetinită<br/>... dreaptă</td><td colspan="3">Mișcarea oscilatorie armonică, sinusoidă</td><td colspan="4">..... Uniform încetinită,...dreaptă</td></tr></table> | punctele | B                                        |      | C | M                                   |  | C     |     | A | D | t(s) | 0 |  | 0,36 | 0,71 |  | 1,06 |  | 1,97 | 3,7 | v(m/s) | 3 |  | 2,64 | 0 |  | -2,64 |  | -1,73 | 0 |  | Uniform încetinită<br>... dreaptă |  | Mișcarea oscilatorie armonică, sinusoidă |  |  | ..... Uniform încetinită,...dreaptă |  |  |  | 6 p |
| punctele | B                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |          | C                                        | M    |   | C                                   |  | A     | D   |   |   |      |   |  |      |      |  |      |  |      |     |        |   |  |      |   |  |       |  |       |   |  |                                   |  |                                          |  |  |                                     |  |  |  |     |
| t(s)     | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |          | 0,36                                     | 0,71 |   | 1,06                                |  | 1,97  | 3,7 |   |   |      |   |  |      |      |  |      |  |      |     |        |   |  |      |   |  |       |  |       |   |  |                                   |  |                                          |  |  |                                     |  |  |  |     |
| v(m/s)   | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |          | 2,64                                     | 0    |   | -2,64                               |  | -1,73 | 0   |   |   |      |   |  |      |      |  |      |  |      |     |        |   |  |      |   |  |       |  |       |   |  |                                   |  |                                          |  |  |                                     |  |  |  |     |
|          | Uniform încetinită<br>... dreaptă                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |          | Mișcarea oscilatorie armonică, sinusoidă |      |   | ..... Uniform încetinită,...dreaptă |  |       |     |   |   |      |   |  |      |      |  |      |  |      |     |        |   |  |      |   |  |       |  |       |   |  |                                   |  |                                          |  |  |                                     |  |  |  |     |

## CLASA a XI - a \* Rezolvări și bareme\*



### Problema 3



Se deplasează pistonul cu un  $x$  mic.

Forța de revenire este:

$$|F_{rev}| = (p_1 - p_2)S$$

Tinând cont de transformarea adiabatică:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma = p_0 V_0^\gamma$$

$$(p_1 - p_2) = \frac{p_0 V_0^\gamma}{V_1^\gamma} - \frac{p_0 V_0^\gamma}{V_2^\gamma} = p_0 \left( \frac{1}{\left(1 - \frac{xS}{V_0}\right)^\gamma} - \frac{1}{\left(1 + \frac{xS}{V_0}\right)^\gamma} \right) =$$

$$= p_0 \left[ \left(1 - \frac{xS}{V_0}\right)^{-\gamma} - \left(1 + \frac{xS}{V_0}\right)^{-\gamma} \right] = 2 \frac{p_0}{V_0} \gamma S x$$

Forța de revenire este de tip elastic,

$$|F_{rev}| = 2 \frac{p_0}{V_0} \gamma S^2 x = kx$$

$$k = 2 \frac{p_0}{V_0} \gamma S^2 = m \omega^2 = m \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Perioada micilor oscilații este:

$$T = \sqrt{\frac{2\pi^2 m V_0}{p_0 \gamma S^2}}$$

Măsurând perioada micilor oscilații de poate determina  $\gamma$ .