

CLASA a XII-a *Rezolvare și barem - subiect 1*

Problema 1 – Interferență

Fantele unui dispozitiv Young, distanțate cu $2\ell = 1\text{mm}$, sunt iluminate cu o radiație monocromatică având lungimea de undă $\lambda = 0,5\mu\text{m}$. În calea unuia dintre fascicule se introduce o lamă cu grosimea $d = 2\mu\text{m}$, care este străbătută de radiație cu transmitanța $T = 0,25$. Știind că la scoaterea lamei sistemul franjelor se deplasează cu 2 franje, să se determine:

- indicele de refracție al lamei;
- raportul dintre intensitățile luminoase corespunzătoare franjelor luminoase, respectiv întunecate;
- lungimea de undă $\lambda + \Delta\lambda$ a celei mai apropiate (în spectru) radiații monocromatice care, fiind emisă de sursă concomitent cu prima radiație, va produce o neclaritate maximă a figurii de interferență rezultante între maximele de ordinele 10 și 11 ale primei radiații. (lama fiind scoasă).

Prof. Sanda Oprea, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân” Constanța

Soluție:

- a) În dispozitivul Young relația între coordonata x a unui punct de pe ecran și Δr (diferența de drum optic) este:

$$x = \frac{D \cdot \Delta r}{2\ell} \quad (1 \text{ punct})$$

unde D este distanța de la planul fantelor la ecran. Interfranja este $i = \frac{\lambda D}{2\ell}$.

În condițiile introducerii lamei subțiri în calea unui fascicul, diferența de drum optic devine:

$$\delta = r'_2 - r'_1 + (n-1)d = \frac{2\ell x'}{D} + (n-1)d \quad (1 \text{ punct})$$

Pentru aceeași stare de interferență, în absența lamei: $\Delta r = \frac{2\ell x}{D}$.

$$\text{Din } \delta = \Delta r \Rightarrow \frac{2\ell(x'-x)}{D} = (n-1)d \Rightarrow n = \frac{2\ell \Delta x}{Dd} + 1 \quad (1 \text{ punct})$$

În condițiile problemei $\Delta x = 2i = 2 \frac{\lambda D}{2\ell} \Rightarrow n = \frac{2\lambda}{d} + 1 = 1,5$

- b. În cazul interferenței a două surse coerente:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\varphi, \text{ sau}$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\Delta\varphi \quad (1 \text{ punct})$$

$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2, \text{ pentru } \Delta\varphi = 0$$

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2, \text{ pentru } \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \quad (1 \text{ punct})$$

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}} \right)^2$$

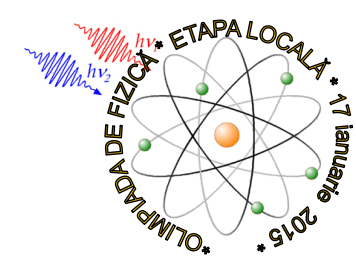
$$\text{Cum } I_2 = T \cdot I_1 \Rightarrow \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{1 + \sqrt{T}}{1 - \sqrt{T}} \right)^2 = 9 \quad (1 \text{ punct})$$

- c. Pentru a produce o neclaritate maximă, maximul corespunzător $(\lambda + \Delta\lambda)$ trebuie să se situeze în dreptul unui minim pentru λ . (Criteriul Rayleigh)

$$N(\lambda + \Delta\lambda) = (2N + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ cu } N = 10 \quad (1 \text{ punct})$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{2N} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6}}{20} = 25 \cdot 10^{-9} \text{m} \quad (0,5 \text{ puncte})$$

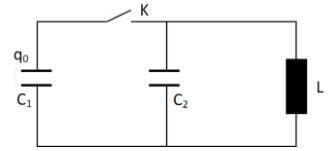
NOTĂ: Se acordă câte un punct din oficiu pentru fiecare problemă. Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.



CLASA a XII-a *Rezolvare și barem - subiect 1*

Problema 2 – Oscilații

Un circuit oscilant este format din două condensatoare C_1 și C_2 și o bobină de inductanță L , legate ca în figură. Inițial condensatorul C_1 este încărcat cu sarcina q_0 . În urma închiderii întrerupătorului K , în circuit apar oscilații electromagnetice libere neamortizate.



- Exprimați pulsația oscilațiilor electromagnetice libere din sistem și intensitatea maximă a curentului prin bobină (în funcție de C_1 , C_2 , L , q_0).
- Aflați sarcinile pe cele două condensatoare imediat după închiderea întrerupătorului.
- Calculați pierderea de energie în timpul închiderii întrerupătorului.
- Identificați un sistem mecanic oscilant analog circuitului dat și descrieți mărimile mecanice analoge celor din circuitul oscilant și corespondența mecanică a acestora cu cerințele anterioare.

Soluție

- După închiderea întrerupătorului $U_1 = U_2$ deci sistemul celor două condensatoare este echivalent cu 2 condensatoare grupate în paralel. **(1 punct);** $C_p = C_1 + C_2$ **(0,5 puncte)**

$$U_{C_{max}} = U_{L_{max}} \Rightarrow X_C = X_L \Rightarrow \frac{1}{\omega C_p} = \omega L \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC_p}} \quad \textbf{(0,5 puncte)}$$

$$W_e = W_m; \frac{q_0^2}{2C_p} = \frac{LI_m^2}{2} \Rightarrow I_m = \omega q_0 = \frac{q_0}{\sqrt{L(C_1+C_2)}} \quad \textbf{(1 punct)}$$

- Imediat după închiderea întrerupătorului sarcinile se redistribuie pe cele două condensatoare până la atingerea echilibrului electric $U_{C_1} = U_{C_2}$ și apoi începe descărcarea lor prin bobină. **(0,5 puncte)**

$$\text{Condiția de echilibru: } \frac{q_{01}}{C_1} = \frac{q_{02}}{C_2} \quad \textbf{(0,5 puncte)}$$

$$\text{Legea conservării sarcinii electrice: } q_0 = q_{01} + q_{02} \quad \textbf{(0,5 puncte)}$$

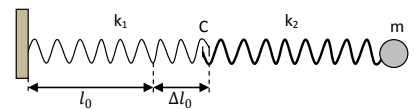
$$\left. \begin{aligned} q_{01} &= \frac{q_0 C_1}{C_1 + C_2} \\ q_{02} &= \frac{q_0 C_2}{C_1 + C_2} \end{aligned} \right\} \quad \textbf{(0,5 puncte)}$$

- Expresia energiei înmagazinate în condensatorul C_1 este $W_0 = \frac{q_0^2}{2C_1}$ **(0,5 puncte)**

$$\text{Energia finală a sistemului este } W = \frac{q_0^2}{2C_p} \quad \textbf{(0,25 puncte)}$$

$$\text{Pierderea de energie datorată transportului de sarcini } W_0 - W = \frac{q_0}{2} \frac{C_2}{C_1(C_1+C_2)} \quad \textbf{(0,25 puncte)}$$

- Resortul k_1 , inițial întins cu Δl_0 (analog q_0) și cuplarea mecanică C . Imediat după cuplare alungirea Δl_0 se redistribuie în cele două resorturi până când tensiunile elastice în cele două resorturi au aceeași valoare $F_{e01} = F_{e02}$.



$$k_1 \Delta l_{01} = k_2 \Delta l_{02} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \Delta l_{01} &= \frac{k_2 \Delta l_0}{k_1 + k_2} \\ \Delta l_{02} &= \frac{k_1 \Delta l_0}{k_1 + k_2} \end{aligned} \right\} \quad \textbf{(1 punct)}$$

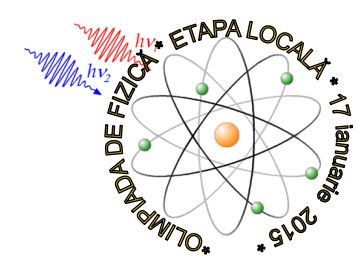
$$\text{Sistemul este echivalent cu 2 resorturi legate în serie: } \frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}; \quad k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

$$\text{Pierderea de energie: } W_0 - W = \frac{k_1 \Delta l_0^2}{2} - \frac{k_s \Delta l_0^2}{2} = \frac{k_1^2 \Delta l_0^2}{2(k_1 + k_2)} \quad \textbf{(1 punct)}$$

Echivalențe:

$$\left. \begin{aligned} q_0 &\rightarrow \Delta l_0 \\ C_p &\rightarrow \frac{1}{k_s} \\ I_{max} &\rightarrow v_{max} \\ \omega &= \sqrt{\frac{k_s}{m}} \\ v_{max} &= \omega \Delta l_0 \end{aligned} \right\} \quad \textbf{(1 punct)}$$

NOTĂ: Se acordă câte un punct din oficiu pentru fiecare problemă. Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.



CLASA a XII - a *Rezolvare și barem - subiect 1*

Problema 3

I - Mezonii π^+

- a. Care este timpul de viață față de Pământ al unui puls de mezonii π^+ care se deplasează cu viteza $v = 0.75c$, unde $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ este viteza luminii în vid, dacă timpul de viață în sistemul propriu este $\tau_0 = 2,5 \cdot 10^{-8} s$?
- b. Ce distanță parcurg mezonii, în acest caz față de pământ?
- c) Ce distanță s-ar parcurge în absența efectelor relativiste?

II - Mezonii μ

Timpul de viață propriu al mezonilor μ este $\tau_0 = 2 \cdot 10^{-6} s$. Să presupunem că o jerbă mare de mezonii μ produsă în atmosferă la o anumită înălțime se deplasează în jos cu viteza $v = 0,99c$. Numărul de ciocniri în atmosferă este neglijabil.

- a. Dacă doar 1% din mezonii aflați în jerbă inițială ating suprafața Pământului, estimați înălțimea la care s-a produs jerbă știind că, în sistemul propriu al mezonilor, numărul de particule care nu s-au dezintegrat până la momentul t' este dat de $N(t') = N(0)e^{-\frac{t'}{\tau_0}}$.
- b) Dacă mezonii s-ar deplasa pe o traiectorie circulară de rază 20m cât la sută se vor întoarce în punctul de plecare? Cât devine acest procent în cazul mezonilor π^+ la viteza 0,99c?

Se consideră cunoscute valorile: $\ln 10 = 2,3$ și datele din următorul tabel

x	-2,46	-2,44	-2,38	-2,33	-2,3	-0,1	-0,08	-0,05	-0,03	-0,02
e^x	0,0845	0,0871	0,0925	0,0973	0,1002	0,9048	0,9231	0,9512	0,9704	0,9802

Prof. Costel Ariton, Colegiul Tehnic de Marină „Al. I. Cuza” Constanța

Rezolvare și barem

I a	$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cong 3,78 \cdot 10^{-8} s$	1p
I b	$d = v\tau = 8.5m$	1p
I c	$d_0 = v\tau_0 = 5.625m$	1p
II a	$N(t') = N(0)e^{-\frac{t'}{\tau_0}} = \frac{1}{100} N(0) \Rightarrow e^{-\frac{t'}{\tau_0}} = 10^{-2} \Rightarrow t' = 2\tau_0 \ln 10 \text{ în sistemul propriu}$ $t = \frac{2\tau_0 \ln 10}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ $d = vt \cong 19400m$	1p 1p 1p
II b	Fie t timpul în care mezonii parcurg cercul $\Rightarrow t = \frac{2\pi R}{v} = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow t' \cong 5,965 \cdot 10^{-8}$ $\frac{N(t')}{N(0)} 100\% = e^{-\frac{t'}{\tau_0}} 100\% = e^{-0,03} 100\% \cong 96,98\%$ Pentru mezonii π^+ se modifică doar timpul propriu de viață $\Rightarrow e^{-2,38} 100\% = 9,25\%$	2p 1p
	oficiu	1p
	total	10p

NOTĂ: Se acordă câte un punct din oficiu pentru fiecare problemă. Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.