

Problema 1.

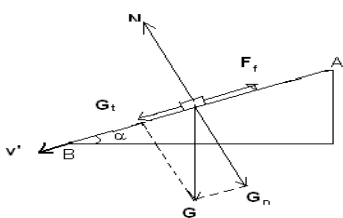
Un plan înclinat cu lungimea $l = 8,00\text{m}$ face unghiul $\alpha = 30^\circ$ cu planul orizontal. Din punctul cel mai înalt al planului înclinat alunecă cu frecare, fără viteză inițială, un corp. Să se determine:

a) Coeficientul de frecare dintre corp și plan, dacă viteza cu care ajunge corpul la baza planului înclinat este egală cu $f = 0,50$ din viteza pe care ar fi atins-o la baza planului alunecând fără frecare.

b) Cu cât ar crește temperatura corpului, dacă $f' = 60\%$ din lucrul mecanic al forțelor de frecare s-ar folosi la încălzirea corpului ?

Se dau: căldura specifică a corpului $c = 460 \text{ J/(kg K)}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Rezolvare:



a) Teorema variației energiei cinetice pentru mișcarea cu frecare

$$\Delta E_c = L_{\text{total}}$$

$$\frac{mv_\mu^2}{2} = mgl \sin \alpha - \mu mgl \cos \alpha \quad (1) \dots\dots 1p$$

$$\frac{v_\mu^2}{2} = gl \sin \alpha - \mu gl \cos \alpha \dots\dots 1p$$

$$v_\mu = f v \dots\dots 1p$$

Teorema variației energiei cinetice pentru mișcarea fără frecare

$$\frac{mv^2}{2} = mgl \sin \alpha \quad (2) \dots\dots 1p$$

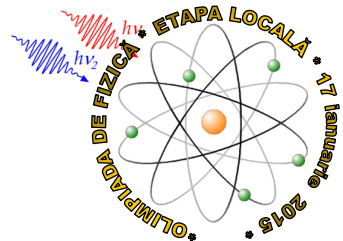
$$\frac{v^2}{2} = gl \sin \alpha \Rightarrow gl = \frac{v^2}{2 \sin \alpha} \text{ și se introduce în (1) } \Rightarrow$$

$$\frac{f^2 v^2}{2} = \frac{v^2}{2 \sin \alpha} (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Rightarrow \mu \cos \alpha = (1 - f^2) \sin \alpha \Rightarrow \mu = (1 - f^2) \operatorname{tg} \alpha = 0,433 \dots\dots 2p$$

$$L_{F_f} = -\mu mgl \cos \alpha$$

$$b) \quad Q = mc\Delta T = f' |L_{F_f}| \Rightarrow mc\Delta T = f' \mu mgl \cos \alpha \Rightarrow \Delta T = \frac{f' \mu gl \cos \alpha}{c} = 0,039 \cong 0,04K \dots\dots 3p$$

Oficiu 1p



CLASA a X - a * Rezolvări și bareme *

Problema 2.

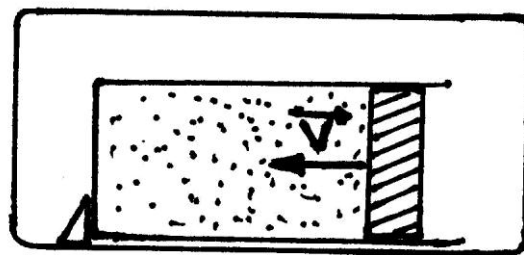
A. Un cilindru conține un volum V_0 de gaz la presiunea p_0 și temperatura T_0 . Care este noul volum și noua temperatură a gazului dacă:

- Presiunea se dublează brusc;
- Presiunea se dublează foarte lent, pereții cilindrului fiind permeabili la căldură?

B. Pistonul de masă $m_0 = 6$ Kg comprimă un gaz ideal monoatomic și are viteza $v = 5$ m/s la momentul când parametrii gazului sunt: $T_0 = 300$ K, $p_0 = 2 \cdot 10^5$ Pa, $V_0 = 5$ l.

a) Să se afle temperatura gazului în momentul comprimării maxime. Se consideră că gazul nu schimbă căldură cu pereții cilindrului și nici cu pistonul. Frecările se neglijează iar cilindrul este aflat într-o incintă vidată și este blocat, neputându-se deplasa.

b) Presupunând că cilindrul este deblocat, putându-se deplasa fără frecare în interiorul incintei și că masa lui împreună cu a gazului conținut este egală cu cea a pistonului să se calculeze temperatura gazului în momentul comprimării maxime, considerând aceleași condiții inițiale ca la punctul a).



Rezolvare:

A. a) Procesul rapid poate fi considerat adiabatic, deci:

$$p_0 V_0^\gamma = 2 p_0 V_1^\gamma \quad 0,5p$$

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{1}{2^{\frac{1}{\gamma}}} \quad 0,5p$$

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \quad 0,5p$$

$$T_1 = T_0 \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\gamma-1} = T_0 \cdot 2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad 0,5P$$

b) Procesul poate fi considerat izoterm deoarece gazul poate schimba căldură cu mediul exterior, despre care vom presupune că nu-și schimbă temperatura (termostat).

$$\left. \begin{aligned} p_0 V_0 &= p_1 V_1 \\ p_0 V_0 &= 2 p_0 V_1 \\ V_1 &= \frac{V_0}{2} \end{aligned} \right\} \quad 0,5p$$

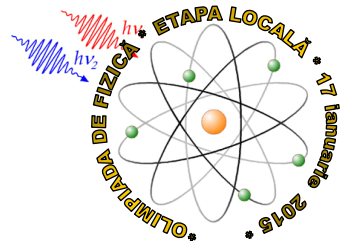
$$T_1 = T_0 \text{ (proces izoterm)} \quad 0,5p$$

B. a) Când comprimarea gazului este maximă pistonul s-a oprit și toată energia lui cinetică este transferată gazului sub formă de căldură, noua valoare a energiei interne devenind:

$$U_1 = U_0 + Q_1 = U_0 + \frac{m_0 v^2}{2} \quad 0,5p$$

$$U_0 = \nu C_v T_0; U_1 = \nu C_v T_1 \quad 0,5p$$

$$p_0 V_0 = \nu R T_0 \quad 0,5p$$



CLASA a X - a * Rezolvări și bareme *

$$\nu = \frac{p_0 V_0}{RT_0} \quad 0,5p$$

$$C_V = \frac{3}{2}R \quad 0,5p$$

$$\nu C_V T = \nu C_V T_0 + \frac{m_0 v^2}{2} \quad 0,5p$$

$$T_1 = T_0 + \frac{m_0 v^2}{2\nu C_V} = T_0 + \frac{m_0 v^2}{2 \frac{p_0 V_0}{RT_0} \cdot \frac{3}{2} R} = T_0 + \frac{m_0 v^2 T_0}{3 p_0 V_0} \quad 0,5p$$

$$T_1 = T_0 \left(1 + \frac{m_0 v^2}{3 p_0 V_0} \right) = T_0 \left(1 + \frac{1}{20} \right) = 315 \text{ K} \quad 0,5p$$

b) Interacțiunea piston-gaz+cilindru poate fi modelată ca o ciocnire plastică, generându-se căldura:

$$Q_2 = \frac{1}{2} m_r v_r^2 \text{ unde } m_r \text{ este masa redusă } \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_0^2}{2m_0} = \frac{m_0}{2} \right)$$

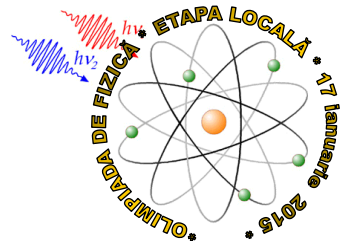
v_r este viteza relativă, înainte de ciocnire, a celor două corpuri care se ciocnesc.

$$\text{Deci: } Q_2 = \frac{1}{2} \frac{m_0 v^2}{2} = \frac{Q_1}{2} \quad 1p$$

Analog cu calculul anterior vom obține:

$$T_2 = T_0 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_0 v^2}{3 p_0 V_0} \right) = T_0 \left(1 + \frac{1}{40} \right) = 307,5 \text{ K} \quad 1p$$

Oficiu 1p



CLASA a X-a * Rezolvări și bareme *

Problema 3.

O cantitate $\nu = 0,3$ moli de gaz ideal biatomic parcurge ciclul indicat în figura de mai jos, în care procesul 1-2 este izocor, procesul 2-3 este un segment de dreaptă, iar procesul 3-1 este izobar. Se dau:

$p_1 = p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_1 = V_0 = 5\text{l}$, $p_2 = 2p_0$, $V_3 = 2V_0$ și $R = \frac{25}{3} \cdot \frac{\text{J}}{\text{molK}}$. Se cere: a) Lucrul mecanic efectuat într-un ciclu și variația energiei interne în procesele 1-2, 2-3 și 3-1; b) Temperatura maximă atinsă de gaz în procesul 2-3; c) Căldura primită și căldura cedată în procesul 2-3.

Rezolvare: a) Lucrul mecanic efectuat într-un ciclu este egal cu aria ciclului indicat în figură.

$$L = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{p_0 V_0}{2} = 250 \text{ J} \dots\dots 1\text{p}$$

Variațiile energiei interne pe cele trei porțiuni ale ciclului sunt:

$$\Delta U_{1-2} = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{5}{2} p_0 V_0 = 1250 \text{ J} \dots\dots 1\text{p}$$

Deoarece $p_2 V_2 = p_1 V_3$, rezultă că stările 2 și 3 se află pe aceeași izotermă și, ca urmare, $\Delta U_{2-3} = 0$.

Variația energiei interne într-un proces termodinamic ciclic oarecare este egală cu 0.

$$\Rightarrow \Delta U_{1-2} + \Delta U_{2-3} + \Delta U_{3-1} = \Delta U_{1-2} + \Delta U_{3-1} = 0 \Rightarrow \Delta U_{3-1} = -\Delta U_{1-2} = -1250 \text{ J} \dots\dots 1\text{p}$$

b) Procesul 2-3 în coordonate (pOV) este o funcție de gradul I (o dreaptă), care este descrisă de ecuația $p = a - bV$, a și b sunt constante ce se determină punând condiția ca dreapta să treacă prin stările termodinamice 2 și 3. $p_1 = a - bV_3$; $p_2 = a - bV_1 \Rightarrow a = 3p_0$ și $b = \frac{p_2 - p_1}{V_3 - V_1} = \frac{p_0}{V_0} \Rightarrow$ Ecuația dreptei

este: $p = p_0 \left(3 - \frac{V}{V_0} \right)$. $\dots\dots 1\text{p}$

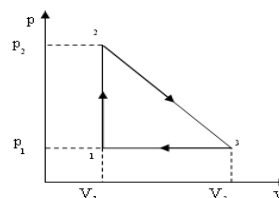
$$\dots\dots 1\text{p}$$

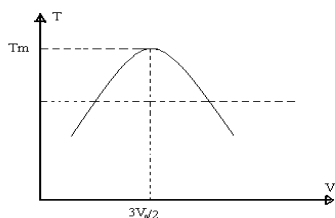
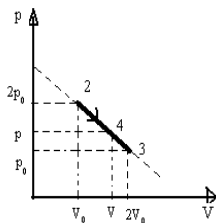
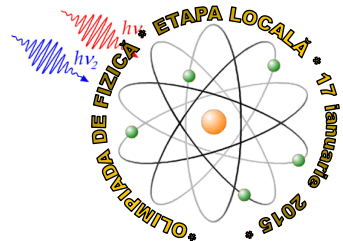
Pe baza ecuației termice de stare $\Rightarrow pV = 3p_0 V - p_0 \frac{V^2}{V_0} = \nu RT \Rightarrow p_0 V^2 - 3p_0 V_0 V + \nu R V_0 T = 0 \Rightarrow$ Se

observă că ecuația este de gradul II fapt din care rezultă că în procesul 2-3, gazul are, în general, o temperatură absolută T pentru două valori ale volumului V, dar există o rădăcină unică $V = \frac{3V_0}{2}$ pentru care

$$\text{temperatura gazului este maximă. } V_{1,2} = \frac{3p_0 V_0 \pm \sqrt{9p_0^2 V_0^2 - 4\nu R p_0 V_0 T}}{2p_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9p_0^2 V_0^2 - \nu R p_0 V_0 T_m = 0; T_m = \frac{9p_0 V_0}{4\nu R} = 450 \text{ K} \dots\dots 2\text{p}$$





c) Căldura schimbată de gaz cu exteriorul pe porțiunea 2-4, indicată în figura de deasupra din stânga este:

$$Q = \frac{(p + p_2)(V - V_0)}{2} + \frac{5}{2}(pV - p_2V_0) = -\frac{p_0}{2V_0}(6V^2 - 21V_0V + 15V_0^2) \dots\dots 1p$$

⇒ Ecuația de gradul al doilea: $6V^2 - 21V_0V + 15V_0^2 = 0$, are rădăcinile:

$$V_{1,2} = \frac{21V_0 \pm \sqrt{21^2V_0^2 - 4 \cdot 6 \cdot 15 \cdot V_0^2}}{12} \Rightarrow V_1 = V_2 \text{ și } V_2 = \frac{5V_0}{2}. \text{ Între valorile } V_1 \text{ și } V_2 \text{ ecuația de mai sus}$$

prezintă un minim pentru $V_4 = \frac{21V_0}{12} = \frac{7}{4}V_0 \dots\dots 1p$

⇒ Gazul primește căldură între valorile volumului cuprinse între V_0 și $\frac{7}{4}V_0$, cu toate că între $\frac{3}{2}V_0$ și $\frac{7}{4}V_0$ temperatura gazului scade. Acest lucru este o consecință a faptului că pe porțiunea respectivă gazul are căldura molară negativă $\Rightarrow Q_{2-4} = -\frac{p_0}{2V_0}(6V^2 - 21V_0V + 15V_0^2) = \frac{54}{32}p_0V_0$. Căldura cedată în procesul 2-3

$$\text{este: } Q_{4-3} = L_{2-3} - Q_{2-4} = \frac{3}{2}p_0V_0 - \frac{27}{16}p_0V_0 = -\frac{3}{16}p_0V_0 \dots\dots 1p$$

Oficiu 1p