

Subiectul IV: Micro-rezonatori optici inelari

Dispozitivele optice joacă un rol central în progresul noilor tehnologii cuantice care promit să împingă limitele performanței calculatoarelor și ale securității comunicațiilor și a informației. În prezent, putem controla lumina cu o foarte mare precizie folosind diverse dispozitive, precum circuitele fotonice integrate. Acestea sunt cunoscute pentru eficiența lor energetică și vitezele înalte de procesare a informației: spre exemplu, ultima generație de soluții hardware destinate sistemelor AI se bazează pe integrarea densă în trei dimensiuni a circuitelor fotonice și electronice [Daudlin, S. et al. Three-dimensional photonic integration for ultra-low-energy, high-bandwidth interchip data links, *Nature Photonics* (2025), <https://doi.org/10.1038/s41566-025-01633-0>].

O componentă cheie a circuitelor fotonice integrate este rezonatorul inelar ce constă dintr-o structură circulară care poate capta și controla lumina la diverse lungimi de undă (după cum vei arăta mai jos), având aplicații inclusiv în filtre și amplificatoare optice, spectroscopie de înaltă rezoluție și senzori biologici. În cadrul acestei probleme, vei studia comportamentul luminii ce se propagă prin diverse dispozitive alcătuite din astfel de rezonatori.

Sarcina de lucru 1 (4,5p)

Pentru început, consideră un rezonator inelar izolat, situat în vid. Acesta constă dintr-un material având indicele de refracție $n > 1$, dispus într-o formă circulară având lungimea circumferinței L (ghid de undă circular). Grosimea inelului poate fi neglijată.

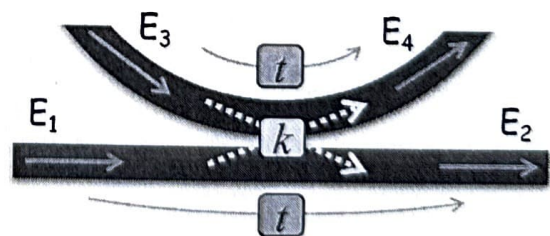
1.a.	Scrive, în termeni de n și L , valorile posibile ale lungimilor de undă λ pentru care este îndeplinită condiția de rezonanță, sau de existență a undelor staționare pentru lumina care se propagă în ghidul inelar.	0,5p
------	---	------

Consideră acum că inelul este situat în apropierea unui alt ghid de undă linear, infinit de lung, ca în figura alăturată. Când aceste ghiduri de undă sunt suficient de apropiate, modurile de propagare ale luminii prin fiecare ghid devin cuplate datorită efectelor de margine (date de suprapunerea componentelor evanescente ale modurilor).



Poți modela zona de cuplaj dintre cele două ghiduri de undă în felul următor: pentru undele incidente cu amplitudinile (complexe) ale câmpurilor electrice E_1 și E_3 , undele emergente sunt descrise de relațiile:

- $E_4 = t E_3 - i k E_1$,
- $E_2 = -i k E_3 + t E_1$.



Mai sus, coeficienții de transmisie (t) și cuplaj (k) pot fi considerați reali și pozitivi, iar $i^2 = -1$. În continuare, consideră că dimensiunea zonei în care are loc cuplajul este neglijabil de mică în comparație cu raza inelului.

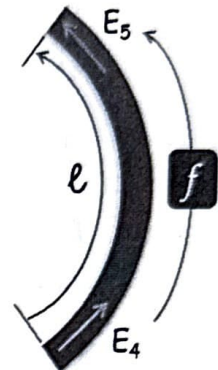
1. Fiecare dintre cele 5 subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.

1.b.	Folosind relația de proporționalitate dintre puterea P a unei unde și pătratul modulului amplitudinii câmpului său electric E , $P \sim E ^2 = EE^* = (Re E)^2 + (Im E)^2$, arată că pentru un cuplaj ideal (fără pierderi energetice) are loc relația $t^2 + k^2 = 1.$	0.5p
-------------	--	-------------

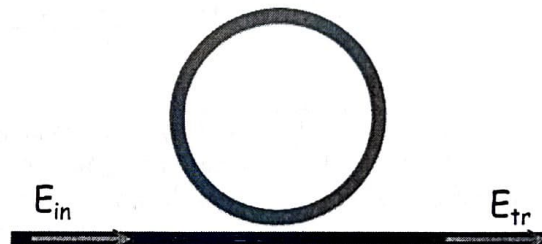
În cele ce urmează, consideră că propagarea luminii prin ghidul circular se face cu atenuare: relația dintre amplitudinea inițială a câmpului electric al unei unde și amplitudinea finală după propagarea pe distanța ℓ este dată de funcția $f(\ell)$ definită prin

$$E_5 = e^{-\alpha\ell/2} e^{i2\pi n\ell/\lambda} E_4 \stackrel{\text{def}}{=} f(\ell) E_4,$$

unde $\alpha > 0$ este coeficientul de atenuare iar λ lungimea de undă. Propagarea prin ghidul liniar se produce fără atenuare.



1.c.	Pentru situația din figura alăturată cu o undă incidentă având amplitudinea câmpului electric E_{in}, arată că amplitudinea E_{tr} a unde transmise satisface relația $E_{tr} = \frac{t - f(L)}{1 - t f(L)} E_{in}.$ La nevoie, poți folosi identitatea $\sum_{n=0}^{\infty} z^n = 1/(1 - z)$, valabilă pentru $z < 1$.	2,5p
-------------	--	-------------



1.d.	Folosind rezultatul de la punctul precedent, arată că puterea transmisă (relativ la puterea incidentă) are expresia $T = \left \frac{E_{tr}}{E_{in}} \right ^2 = \frac{t^2 + e^{-\alpha L} - 2 t e^{-\alpha L/2} \cos(2\pi n L / \lambda)}{1 + t^2 e^{-\alpha L} - 2 t e^{-\alpha L/2} \cos(2\pi n L / \lambda)}$	0,5p
-------------	---	-------------

1.e.	Explică din punct de vedere fizic ce așteptări ai pentru expresia transmisiei T atât în cazul în care nu ar exista atenuare în inel ($\alpha = 0$), cât și în cazul în care atenuarea ar fi foarte mare ($\alpha \rightarrow \infty$). Confirmă aceste expresii folosind formula de la punctul precedent.	0,5p
-------------	---	-------------

1. Fiecare dintre cele 5 subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.



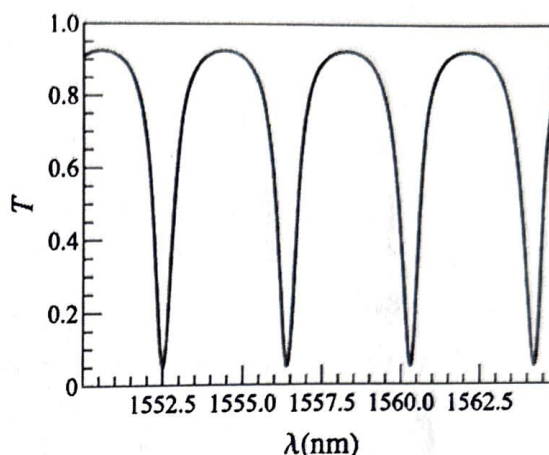
MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
Olimpiada Națională de Fizică
Slobozia 10-15 aprilie 2025
BARAJ - SENIORI



Pagina 3 din 4

Sarcina de lucru 2 (2,5p)

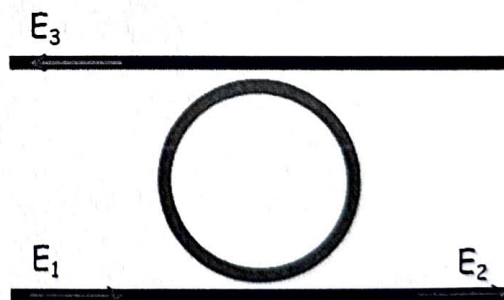
Funcția de transmisie $T(\lambda)$ de la punctul 1.d. are reprezentarea grafică din figura alăturată, pentru anumite valori (nenule și finite) ale mărimilor t și α . Curbe similare sunt obținute în mod uzual în urma măsurărilor experimentale, permițând caracterizarea acestor dispozitive optice, după cum vei descoperi mai jos.



2.a.	Explică, din punct de vedere fizic, apariția minimelor și maximelor funcției de transmisie $T(\lambda)$. Care este interpretarea fizică a unei situații în care $T(\lambda) = 0$?	1p
2.b.	Pornind de la expresia funcției de transmisie $T(\lambda)$ de la punctul 1.d, exprimă valoarea sa minimă (T_{min}) și pe cea maximă (T_{max}) în termeni de t și de factorul de atenuare $a = e^{-\alpha L}$.	0,5p
2.c.	Dedu expresia intervalului $\Delta\lambda$ între două minime (sau maxime) ale funcției de transmisie în vecinătatea lungimii de undă λ , în termeni de λ , lungimea circumferinței inelului L și indicele său de refracție n . Consideră că $\Delta\lambda/\lambda \ll 1$ și că indicele de refracție nu variază cu lungimea de undă. La nevoie, poți folosi aproximația $(1+x)^{-1} \approx 1-x$ pentru $x \ll 1$. Estimează valoarea numerică a lui L folosind informația din graficul de mai sus, cunoscând $n=3$.	1p

Sarcina de lucru 3 (3p)

Pentru cazul în care rezonatorul inelar este cuplat cu două ghiduri de undă liniare ca în figura alăturată, notează cu t_1, k_1 coeficienții de transmisie și cuplaj pentru zona de cuplaj cu ghidul inferior și cu t_2, k_2 aceleași mărimi corespunzătoare zonei de cuplaj cu ghidul superior.



3.a.	Pentru situația cu undă incidentă în ghidul de undă liniar inferior având amplitudinea câmpului electric E_1 , arată că amplitudinea unei transmise prin același ghid de undă satisface relația $E_2 = \frac{t_1 - t_2 f(L)}{1 - t_1 t_2 f(L)} E_1.$	1,5p
------	---	------

1. Fiecare dintre cele 5 subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuția subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
Olimpiada Națională de Fizică
Slobozia 10-15 aprilie 2025
BARAJ - SENIORI



Pagina 4 din 4

3.b.	În aceeași situație ca la punctul precedent, arată că amplitudinea undei transmise prin ghidul de undă liniar superior satisface relația $E_3 = - \frac{k_1 k_2 f(L/2)}{1 - t_1 t_2 f(L)} E_1.$	1,5p
------	--	------

Subiect propus de:

Lect. Univ. Dr. **Virgil V. Băran**, *Facultatea de Fizică, Universitatea București*

1. Fiecare dintre cele 5 subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.