

Subiectul I: Dilatarea corpurilor

A. Inele metalice pe un con metalic

Pe un con de Cupru, așezat pe un suport orizontal, în poziție verticală, cu vârful în sus, așa cum indică desenul a din figura 1, se află două inele orizontale, foarte ușoare: unul de Aluminiu, cu raza interioară $R_{0,Al} = 1\text{ cm}$ și altul, de Fier, cu raza deschiderii interioare $R_{0,Fe} = 3\text{ cm}$. Distanța dintre planele inelelor este $a_0 = 6\text{ cm}$. Pe suprafața conului sunt marcate secțiunile transversale ale contactului inițial al fiecărui inel cu suprafața conului, C_{Al} și respectiv C_{Fe} .

Razele secțiunilor transversale ale firelor din care sunt făcute cele două inele, sunt mult mai mici decât razele interioare ale celor două inele, adică firele din care sunt făcute cele două inele sunt foarte subțiri.

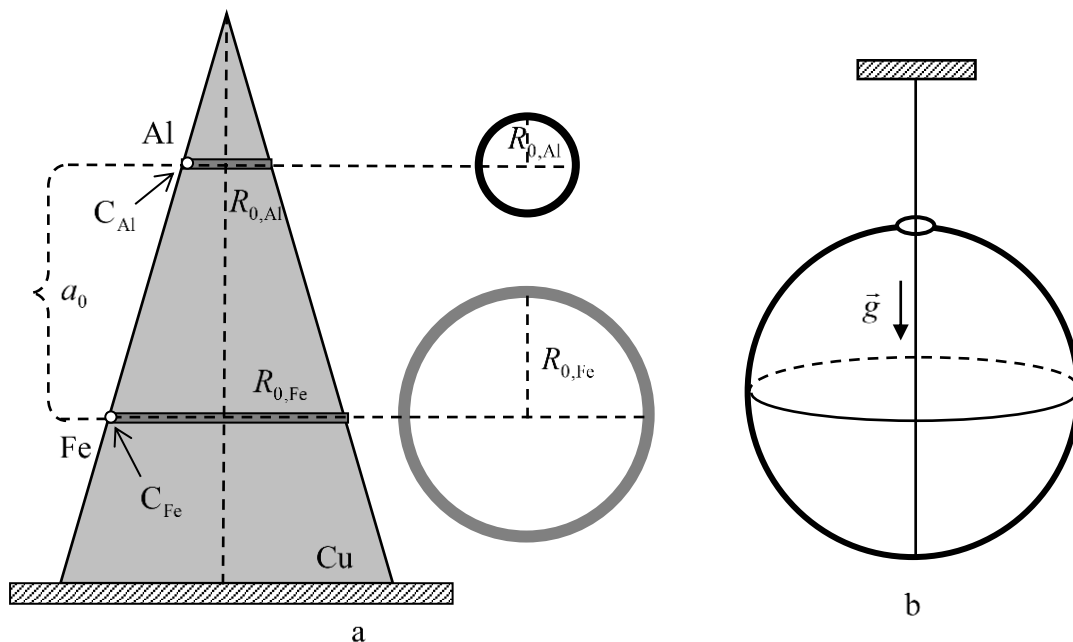


Fig. 1

a) Să se determine variația distanței dintre planele celor două inele, dacă temperatura sistemului crește cu $\Delta t = 200^\circ\text{C}$. Se cunosc coeficienții dilatărilor liniare: $\alpha_{Al} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$; $\alpha_{Cu} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$; $\alpha_{Fe} = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$.

b) Să se determine tensiunea din fiecare inel: F_{Al} , F_{Fe} . Se cunosc: modulele lui Young, E_{Al} și E_{Fe} ; aria secțiunii transversale a conductorului, foarte mică, din care este confecționat fiecare inel, S . Se neglijează efectele acțiunilor inelelor asupra conului.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

B. Sferă metalică suspendată

O sferă metalică, goală în interior, este suspendată cu ajutorul unui fir metalic, confecționat din alt metal, așa cum indică desenul b din figura 1. Se încălzește sistemul de la temperatura de 0°C , la temperatura t . Se știe că $m_{\text{fir}} < m_{\text{sferă}}$.

c) Să se determine raportul dintre raza inițială a sferei și lungimea inițială a firului, R_0 / L_0 , astfel încât energia potențială gravitațională a sistemului ”sferă – fir – Pământ” să nu se modifice în procesul termic considerat. Se cunosc coeficienții dilatărilor liniare, $\alpha_{\text{sferă}}$ și respectiv $\alpha_{\text{fir}} < \alpha_{\text{sferă}}$. Caz particular, $m_{\text{fir}} \ll m_{\text{sferă}}$.

Subiectul II: Câmp magnetic uniform și câmp electric uniform

A. Mișcare relativistă într-un câmp magnetic uniform

În spațiul dintre polii unui electromagnet, unde inducția magnetică a acestui câmp este $\vec{B} = \text{constant}$, un vector orientat de-a lungul axei OZ, pătrunde un proton, având masa de repaus m_0 și sarcina electrică q , cu viteza $\vec{v}_0$, un vector a cărui direcție se află în planul YOZ, astfel încât unghiul dintre direcția sa și direcția vectorul $\vec{B}$ este θ_0 , așa cum indică desenul din figura 1.

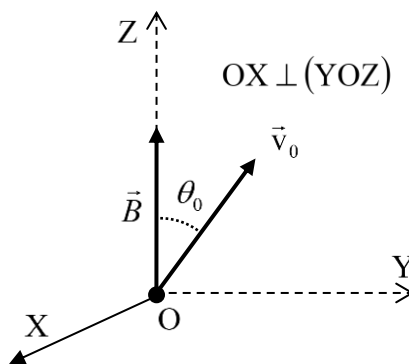


Fig. 1

a) Să se determine : 1) influența câmpului magnetic asupra energiei totale a protonului, W , și asupra modului impulsului protonului, p , pe toată durata mișcării acestuia în câmpul magnetic dintre polii electromagnetului ; 2) elementele geometrice ale traiectoriei protonului. Caz particular $v_0 \ll c$. Se cunoaște viteza luminii în vid, c .

B. Paralelismul câmpurilor electric și magnetic, $\vec{E}' // \vec{B}'$

Un sistemul inerțial mobil, S' , în a cărui origine se află observatorul O' , este în mișcare de translație rectilinie și uniformă, cu viteza $\vec{u}$, unde $u = \beta \cdot c$, în care $\beta < 1$, față de sistemul inerțial

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

fix, S , în a cărei origine se află observatorul O , așa cum indică desenul din figura 2. La momentul inițial, când cele două origini au coincis, cei doi observatori și-au sincronizat ceasornicele, astfel încât acestea să arate $t = t' = 0$.

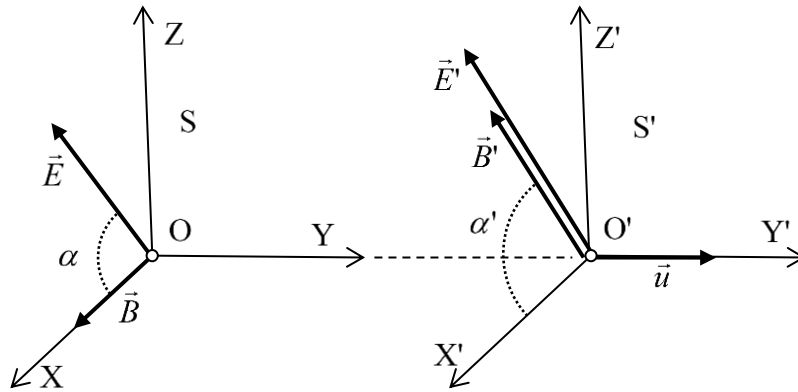


Fig. 2

Componentele unor câmpuri electric, respectiv magnetic, uniforme, reprezentate prin vectorii $\vec{E}$ – intensitatea câmpului electric și $\vec{B}$ – inducția câmpului magnetic, raportate la sistemul inerțial fix, S , sunt:

$$\vec{E} \left(E_x = E_0 \cdot \cos \alpha; E_y = 0; E_z = E_0 \cdot \sin \alpha \right);$$

$$\vec{B} \left(B_x = n \frac{E_0}{c}; B_y = 0; B_z = 0 \right),$$

unde $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, iar c este viteza luminii în vid.

b) Să se determine valoarea lui $\beta = \beta(n; \alpha)$, pentru care, în raport cu observatorul O' din sistemul inerțial mobil, S' , vectorii $\vec{E}'$ și respectiv $\vec{B}'$, se află pe o aceeași direcție, având și același sens, așa cum indică desenul din figura 2.

Se cunosc formulele transformărilor componentelor celor două câmpuri raportate la cele două sisteme de referință inerțiale, S și respectiv S' :

$$E'_x = \gamma \cdot E_x; E'_y = 0; E'_z = \gamma \cdot (E_z - u \cdot B_x);$$

$$B'_x = \gamma \cdot \left(B_x - \frac{u}{c^2} \cdot E_z \right); B'_y = 0; B'_z = \gamma \cdot \frac{u}{c^2} \cdot E_x;$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

c) Să se determine relația dintre β și α , atunci când vectorii $\vec{E}'$ și $\vec{B}'$, raportați la sistemul inerțial mobil, S' , sunt paraleli, corespunzător cazului particular, când raportul modulelor vectorilor $\vec{E}$ și $\vec{B}$, raportați la sistemul inerțial fix, S , este $\frac{E}{B} = c$. Să se discute consecințele relației stabilite, corespunzătoare cazului particular $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Se știe că produsul $\vec{E} \cdot \vec{B}$ este un invariant relativist, adică $\vec{E} \cdot \vec{B} = \vec{E}' \cdot \vec{B}'$.

d) Dacă α' este unghiul dintre direcția comună a vectorilor $\vec{E}'$ și respectiv $\vec{B}'$, raportați la sistemul inerțial mobil, S' , și direcția vectorului $\vec{B}$, raportat la sistemul inerțial fix, S , să se determine relația unghiului α' cu unghiul α .

Subiectul III: Mișcare relativistă într-un câmp electric uniform

Un proton, cu masa de repaus m_0 și cu sarcina electrică q , pătrunde în câmpul electric uniform, cu intensitatea $\vec{E}$, dintre armăturile orizontale ale unui condensator plan, prin punctul O, așa cum indică desenul din figura 1, având energia W_0 și impulsul $\vec{p}_0$, orientat de-a lungul axei OX, paralelă cu plăcile condensatorului, a căror lungime este L . Dacă T este durata traversării condensatorului, realizată în planul XOY, atunci, la un moment oarecare, $t < T$, energia protonului este dată de funcția:

$$W(t) = W_0 \cdot \sqrt{1 + k^2 t^2},$$

unde k este o constantă, care înglobează mărimile $(q; E; W_0; c)$, unde c este viteza luminii în vid.

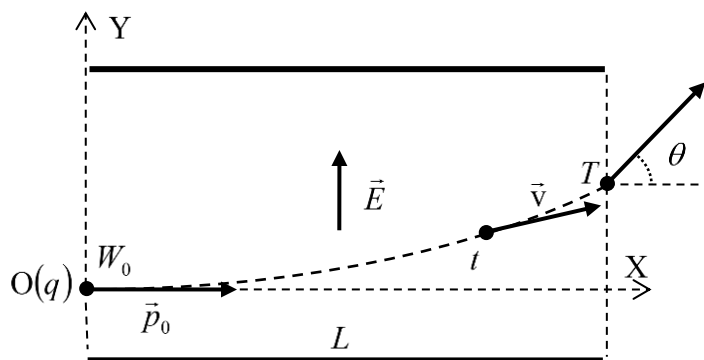


Fig. 1

a) Să se determine dependența $k(q; E; W_0; c)$, și, corespunzător momentului t , să se determine componentele vitezei $\vec{v}$ a protonului, în funcție de parametrul k , precum viteza v a protonului.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuția subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



b) Să se deducă ecuațiile parametrice, $x(t)$ și $y(t)$, ale traiectoriei protonului în câmpul electric al condensatorului cu intensitatea $\vec{E}$.

Se știe că:

$$\int \frac{d(kt)}{\sqrt{1+k^2t^2}} = \ln \left| kt + \sqrt{1+k^2t^2} \right| + C.$$

c) Să se deducă forma analitică relativistă a ecuației traiectoriei protonului, $y = f(x)$.

Caz particular:

$$\frac{qE}{cp_0} x \ll 1; \quad \operatorname{ch} \left(\frac{qE}{cp_0} x \right) \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{qE}{cp_0} \right)^2; \quad v_0 = \frac{p_0}{m_0} \ll c.$$

d) Să se exprime T în funcție de: c , q , E , W_0 , p_0 și L .

e) Să se determine deviația unghiulară a protonului, la ieșirea din condensator, față de direcția inițială, când acesta a intrat între armăturile condensatorului, $\theta(c; q; E; W_0; p_0; L)$.

Se neglijează greutatea protonului.

Subiectele au fost propuse de:

Prof.dr. Mihail Sandu, Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești

Prof. Sorin Trocaru, Liceul Teoretic „Aurel Vlaicu”, Breaza

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.