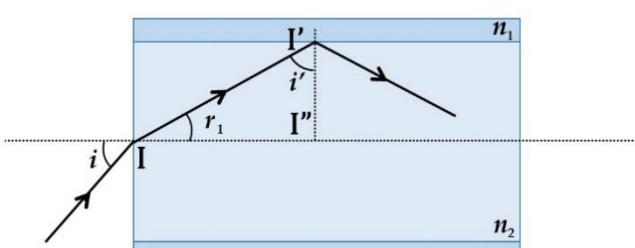
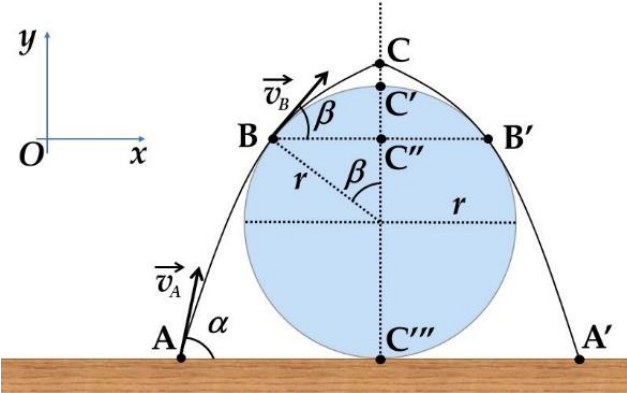


Subiectul I. Conductor optic în repaus și ... în mișcare		Parțial	Punctaj
Barem subiectul I			10
a.	Situația din problemă este modelată în Figura I.1.R. Pentru a se propaga prin conductorul optic fasciculul de lumină trebuie să ajungă în punctul I' sub un unghi de incidență mai mare decât unghiul limită: $i' \geq i_{\text{limită}}$  Figura I.1.R.	0,40	3
	Pentru punctul de incidență I se poate scrie relația: $n \sin i = n_2 \sin r_1$	0,40	
	Pentru unghiul limită în punctul de incidență I' se poate scrie relația: $n_2 \sin i_{\text{limită}} = n_1 \sin 90^\circ$	0,40	
	Din triunghiul I'I''I avem relația: $r_1 = 90^\circ - i'$	0,30	
	Obținem: $\sin i = \frac{n_2}{n} \cos i'$	0,30	
	Sau: $\sin i = \frac{n_2}{n} \sqrt{1 - \sin^2 i'}$	0,30	
	Dar: $\sin i' \geq \frac{n_1}{n_2}$	0,30	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

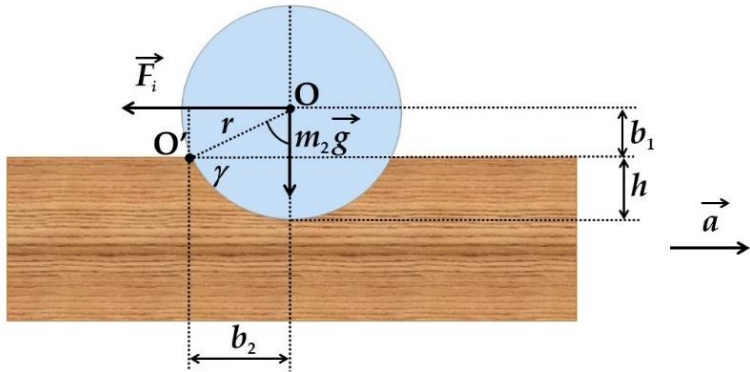
	Rezultă: $\sin i \leq \frac{1}{n} \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$	0,30	
	Rezultă: $i_{\max} = \arcsin \left(\frac{1}{n} \sqrt{n_2^2 - n_1^2} \right); n_2 > n_1$ Observație: Se punctează similar pentru $n_2 < n_1$: $i_{\max} = \arcsin \left(\frac{1}{n} \sqrt{n_2^2 - n^2} \right)$	0,30	
b.	Traectoria obiectului, de masă M, este o parabolă, care „atinge” cilindrul în B și B'. Obiectul este lansat din A cu viteza $\vec{v}_A$ sub un unghi α față de orizontală. În punctul B obiectul are viteza $\vec{v}_B$ orientată sub unghiul β cu axa Ox (vezi Figura I.2.R).  Figura I.2.R.	0,20	3
	Aplicăm legea de conservare a energiei mecanice: $E_A = E_B$	0,20	
	Sau: $\frac{M v_A^2}{2} = \frac{M v_B^2}{2} + M g(r + r \cos \beta)$	0,20	
	Deci: $v_A^2 = v_B^2 + 2gr(1 + \cos \beta)$	0,20	
	Componenta vitezei obiectului în B pe axa Ox poate fi scrisă sub forma: $v_{Bx} = \frac{BC''}{t_{BC}}$	0,20	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



	Unde:	$v_{Bx} = v_B \cos \beta$	0,20	
	Și:	$BC'' = r \sin \beta$	0,20	
	Componenta vitezei obiectului în B pe axa Oy poate fi scrisă sub forma:	$v_{By} = gt_{BC}$	0,20	
	Unde:	$v_{By} = v_B \sin \beta$	0,20	
	Efectuând calculele obținem:	$v_B^2 = \frac{gr}{\cos \beta}$	0,20	
	Deci:	$v_A^2 = \frac{gr}{\cos \beta} + 2gr(1 + \cos \beta)$	0,20	
	Sau:	$v_A^2 = 2gr \left(1 + \cos \beta + \frac{1}{2\cos \beta} \right)$	0,20	
	Viteza minimă cu care a fost lansat obiectul se determină din relația:	$\frac{dv_A^2}{d(\cos \beta)} = 0$	0,20	
	Soluția acceptată este:	$\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$	0,20	
c.	Deci:	$v_A = \sqrt{2gr(1 + \sqrt{2})}$	0,20	3
	Aplicăm principiul fundamental al dinamicii și obținem sistemul de ecuații:	$\begin{cases} (m_3 + m_4)g - T = (m_3 + m_4)a \\ T = (m_1 - m + m_2)a \end{cases}$	0,30	
	Accelerația sistemului de corpuri este:		0,30	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$a = \frac{m_3 + m_4}{m_1 - m + m_2 + m_3 + m_4} g$		
În sistemul de referință legat de scândură, cu notațiile din Figura I.3.R, avem forța de inerție: $\vec{F}_i = -m_2 \vec{a}$  Figura I.3.R.	0,30	
Ieșirea cilindrului din scobitură este echivalentă cu rotirea lui în jurul punctului O'. Pentru această trebuie îndeplinită condiția: $F_i b_1 \geq m_2 g b_2$	0,30	
Unde: $b_1 = r - h$	0,20	
Și $b_2 = \sqrt{r^2 - (r - h)^2}$	0,20	
Efectuând calculele obținem: $a \geq g \frac{\sqrt{r^2 - (r - h)^2}}{r - h}$	0,30	
Deci: $\frac{(m_3 + m_4)g}{m_1 - m + m_2 + m_3 + m_4} \geq g \frac{\sqrt{r^2 - (r - h)^2}}{r - h}$	0,30	
Sau: $m_4 \geq (m_1 - m + m_2) \frac{\sqrt{h(2r - h)}}{r - h - \sqrt{h(2r - h)}} - m_3$	0,20	

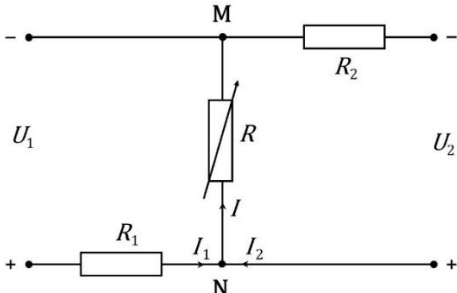
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Rezultă:	$m_{4min} = (m_1 - m + m_2) \frac{\sqrt{h(2r - h)}}{r - h - \sqrt{h(2r - h)}} - m_3$	0,20	
Se impune condiția:	$r - h - \sqrt{h(2r - h)} > 0$	0,20	
Rezultă:	$0 < h < r \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$	0,20	
Oficiu			1

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



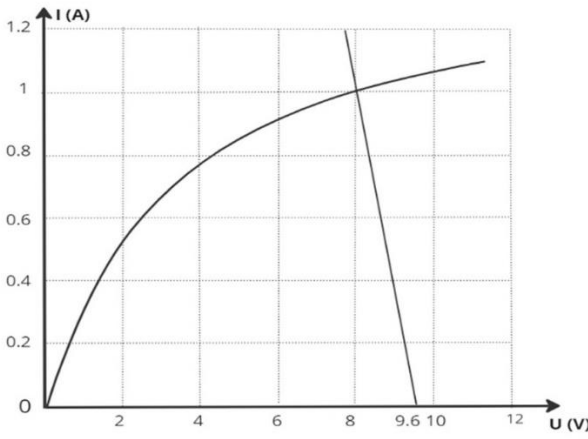
Subiectul II. Circuite electrice ...		Parțial	Punctaj
Barem subiectul II			10
A.	A.a. Aplicăm legile lui Kirchhoff pentru circuitul electric din Figura II.1.R. $I - I_1 - I_2 = 0$ $0 = -U_1 + R_1 I_1 + RI$ $0 = -U_2 + R_2 I_2 + RI$  Figura II.1.R.	0,50	3
	Efectuând calculele obținem: $I = \frac{U_1 R_2 + U_2 R_1}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)}$	0,25	
	Puterea debitată pe rezistorul R este: $P = RI^2$	0,50	
	Deci: $P = R \left(\frac{U_1 R_2 + U_2 R_1}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)} \right)^2$	0,25	
	Valoarea maximă a puterii debitate pe rezistorul R se determină din relația: $\frac{dP}{dR} = 0$	0,50	
	Obținem: $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	0,50	
	Rezultă: $P_{max} = \frac{(U_1 R_2 + U_2 R_1)^2}{4 R_1 R_2 (R_1 + R_2)}$	0,50	
	A.b. În cazul de față: $n = n_1 n_2$	0,50	3

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



	unde n_1 reprezintă numărul de baterii grupate în serie pe o latură de circuit, iar n_2 reprezintă numărul de ramuri grupate în paralel.		
	$I = \frac{n_1 E}{R_0 + \frac{n_1 r}{n_2}}$	0,50	
	Dependența intensității curentului electric prin R_0 de n_2 este: $I = \frac{n_2 n E}{n_2^2 R_0 + n r}$	0,50	
	Intensitatea curentului electric prin R_0 este maximă dacă este îndeplinită condiția: $\frac{dI}{dn_2} = 0$	0,50	
	Obținem: $n_2 = \sqrt{\frac{n r}{R_0}}$	0,50	
	Rezultă: $I_{\max} = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{n}{r R_0}}$	0,50	
B.	Grupăm sursa E, r și rezistorul R într-o sursă paralel E_p, r_p $r_p = \frac{r R}{r + R}$ $r_p = 1,6 \Omega$	0,50	3
	$E_p = \left(\frac{E}{r} + \frac{0}{R} \right) r_p$ $E_p = 9,6 \text{ V}$	0,50	
	Caracteristica intensitate-tensiune a bateriei paralel este: $I = \frac{E_p}{r_p} - \frac{1}{r_p} U$ $I = 6 - \frac{1}{1,6} U (\text{în unități S.I.})$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Determinăm punctul de funcționare din intersecția graficelor intensitate-tensiune (vezi Figura II.2.R):  Figura II.2.R.	0,50	
	Obținem: $I_{bec} = 1 \text{ A}$ $U_{bec} = 8 \text{ V}$	0,50	
	Puterea disipată pe bec este: $P_{bec} = U_{bec} \cdot I_{bec}$ $P_{bec} = 8 \text{ W}$ Observație: se vor puncta maxim valorile tensiunii și intensității becului: I_{bec}, U_{bec} ce conduc la valori ale puterii becului cuprinse în intervalul: $P_{bec} \in (6 \text{ W}, 10 \text{ W})$	0,50	
Oficiu			1

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Subiectul III. Oscilații și ... vibrații		Parțial	Punctaj
Barem subiectul III			10
a.	Forța ascensională este: $F_{\text{ascensională}} = F_A - G$	0,25	2
	Unde: $F_A = \rho_0 V g$	0,25	
	Și: $G = \rho V g$	0,25	
	Deci: $F_{\text{ascensională}} = \rho V g \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)$	0,25	
	Sau: $F_{\text{ascensională}} = m g \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)$	0,25	
	Forța de revenire este componenta tangențială a forței ascensionale. În formula perioadei pendulului gravitațional se înlocuiește accelerația gravitațională g cu g_{efectiv} . Perioada oscilațiilor este de forma: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_{\text{efectiv}}}}$	0,25	
	unde: $g_{\text{efectiv}} = g \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)$	0,25	
	Rezultă: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \rho}{g(\rho_0 - \rho)}}$	0,25	
	Forțe arhimedice are o componenta centrifugală F_{Acf} orientată spre centrul de rotație: $F_{Acf} = m_{\text{lichid dezlucuit}} \omega^2 r$	0,25	
	Sau: $F_{Acf} = \rho_0 V \omega^2 r$	0,25	
b.	Pentru mici oscilații: $r \approx y$	0,25	4

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Deci:	$F_{Acf} \approx \rho_0 V \omega^2 y$	0,25
Forța de revenire este suma dintre componenta tangențială a forței ascensionale $F_{asc t}$ și forța arhimedică centrifugală F_{Acf} din care scădem forța centrifugă F_{cf} asupra corpului $F_{rev} = F_{asc t} + F_{Acf} - F_{cf}$		0,50
Sau:	$F_{asc t} = Vg(\rho_0 - \rho) \sin \alpha$	0,25
Deci:	$F_{asc t} \approx \frac{Vg(\rho_0 - \rho)}{\ell} y$	0,25
Dar:	$F_{Acf} - F_{cf} = (\rho_0 - \rho)V\omega^2 r$	0,25
Sau:	$F_{Acf} - F_{cf} \approx (\rho_0 - \rho)V\omega^2 y$	0,25
Obținem:	$F_{rev} \approx \frac{Vg(\rho_0 - \rho)}{\ell} y + (\rho_0 - \rho)V\omega^2 y$	0,25
Sau:	$F_{rev} = k_{echiv} y$	0,25
Dar:	$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{echiv}}}$	0,25
Sau:	$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\rho V}{\frac{Vg(\rho_0 - \rho)}{\ell} + (\rho_0 - \rho)V\omega^2}}$	0,50
Rezultă:	$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)(g + \omega^2 \ell)}}$	0,25

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



c.	În coloana de aer din vas, considerat tub deschis la un capăt, apar unde staționare cu modurile de vibrație: $v_k = (2k + 1) \frac{c}{4(h - H)}; k = 0, 1, 2, \dots$	0,50	3
	Amplificarea sunetului are loc la rezonanță, fiind îndeplinită condiția: $v_k = v$	0,25	
	Obținem: $H = h - (2k + 1) \frac{c}{4v}$	0,25	
	Dar: $H > 0$	0,25	
	Deci: $k < \frac{1}{2} \left(\frac{4hv}{c} - 1 \right)$	0,25	
	Așadar, avem 5 amplificări ale sunetului diapazonului deoarece: $k = \{0, 1, 2, 3, 4\}$	0,25	
	Pentru $k = 0$: $H = 1,82 \text{ m}$	0,25	
	Pentru $k = 1$: $H = 1,45 \text{ m}$	0,25	
	Pentru $k = 2$: $H = 1,09 \text{ m}$	0,25	
	Pentru $k = 3$: $H = 0,73 \text{ m}$	0,25	
	Pentru $k = 4$: $H = 0,36 \text{ m}$	0,25	
Oficiu			1

Barem propus de:
Prof. Dr. Gabriel FLORIAN, Colegiul Național „Carol I”, Craiova
Prof. Jean-Marius ROTARU, Colegiul Național Iași

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.