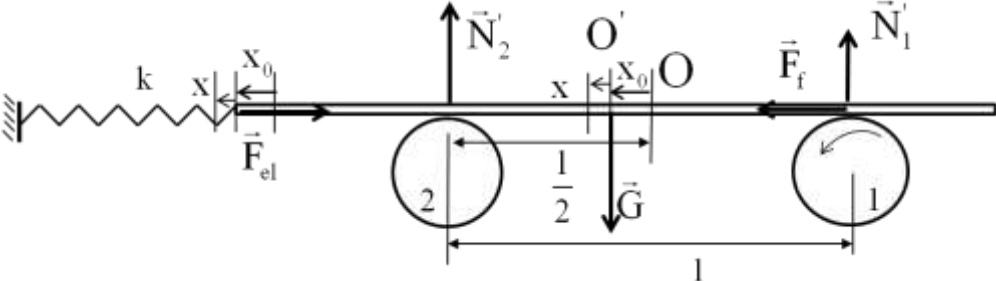
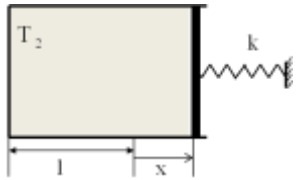




echilibru la rotație a scândurii în plan vertical: $M_{N_1} = M_G$.	0.5p
$N_1 = mg\left(\frac{1}{2} + \frac{x_0 + x}{l}\right)$, $F_f = \mu mg\left(\frac{1}{2} + \frac{x_0 + x}{l}\right)$, $F_{el} = k(x_0 + x)$.	0.5p
Ecuția de oscilație este: $ma = \mu mg\left(\frac{1}{2} + \frac{x_0}{l} + \frac{x}{l}\right) - k(x_0 + x)$, dar din condiția de echilibru a scândurii pentru x_0 ecuația devine: $ma = \mu mg \frac{x}{l} - kx = -(k - \frac{\mu mg}{l})x$, unde expresia din paranteză este constanta	0,5p
de oscilație a sistemului oscilatoriu, $k_{ech} = (k - \frac{\mu mg}{l})$. Pulsația sistemului este: $m\omega^2 = k_{ech}$, $\omega = \sqrt{\frac{k_{ech}}{m}}$, $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\mu g}{l}}$.	0.5p
Pentru situația în care tamburul se rotește în sens invers acelor de ceasornic raționamentul se repetă conform noii configurații prezentate în desen și avem:	
	0.5p
$N_{01}l = mg\left(\frac{1}{2} - x'_0\right)$, $N'_{01} = mg\left(\frac{1}{2} - \frac{x'_0}{l}\right)$, $kx'_0 = \mu N'_{01}$, $kx'_0 = \mu mg\left(\frac{1}{2} + \frac{x'_0}{l}\right)$, $x'_0 = \frac{\mu mg}{2(k + \frac{\mu mg}{l})}$	0.5p
Scriind ecuația de oscilație și identificând ca și în cazul precedent obținem: $m\omega'^2 = k'_{ech}$, $\omega' = \sqrt{\frac{k'_{ech}}{m}}$, $\nu' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{\mu g}{l}}$.	1p
B. Din conservarea energiei rezultă:	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$(M-m)g\Delta h + \frac{1}{2}(k_1+k_2)x^2 = \frac{1}{2}(M+m)(\omega x)^2; \text{ unde } \Delta h=l(1-\cos\varphi), x=l\sin\varphi. \quad \text{Se}$ $\text{obține: } (M-m)gl(1-\cos\varphi) + \frac{1}{2}(k_1+k_2)l^2\varphi^2 = \frac{1}{2}(M+m)\omega^2 l^2\varphi^2;$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{l(M+m)}{g(M-m)+l(k_1+k_2)}}$ Obs. Rezultatul se poate obține aplicând teorema de variație a momentului cinetic: $I\ddot{\theta} = \sum M$ $I\ddot{\varphi} = -k_1 l^2 \varphi - k_2 l^2 \varphi + mgl\varphi - Mgl\varphi$		1p
		1p
		1p
Oficiu		1
2. Barem subiect 2		10
A. $\Delta U = -L, U_f - U_i = -\frac{1}{2}kx^2$ $\nu C_v(T_2 - T_1) = -\frac{1}{2}kx^2$  $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}, \nu R = \frac{\frac{kx}{S}(V_1 + Sx)}{T_2} \text{ unde presiunea } P_2 \text{ este dată de forța de}$ deformare din resort, $T_2 = \frac{kx(l+x)}{\nu R}$. Se înlocuiește în relația energetică $\frac{1}{2}kx^2 - \nu C_v(T_1 - T_2) = 0, \frac{1}{2}kx^2 - \nu C_v \left[T_1 - \frac{kx(l+x)}{\nu R} \right] = 0.$ $x = \frac{3l}{8} \left(\sqrt{1 + \frac{16\nu R T_1}{3kl^2}} - 1 \right)$		0.5p
		1p
		0.5p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



XI

[illegible]

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$\ddot{\theta} + \frac{C}{m} \dot{\theta} + \frac{g}{\ell} \theta = 0$ Notăm : $\frac{C}{m} = 2n$; $\frac{g}{\ell} = p^2$ $\ddot{\theta} + 2n \dot{\theta} + p^2 \theta = 0.$		1p
b) Pendulul are mișcare oscilatorie amortizată a cărei ecuație este de forma: $\theta(t) = C_1 e^{-nt} \sin(p_1 t + \varphi_0),$ unde $p_1 = \sqrt{p^2 - n^2} = \sqrt{\frac{g}{\ell} - \frac{C^2}{4m^2}}$, cu condiția: $C < 2m\sqrt{\frac{g}{\ell}}$. $\theta(t) = C_1 e^{-\frac{C}{2m}t} \sin\left(\sqrt{\frac{g}{\ell} - \frac{C^2}{4m^2}} t + \varphi_0\right)$ Ținând cont de condițiile inițiale putem scrie: $\theta(0) = C_1 \sin \varphi_0 \Rightarrow \sin \varphi_0 = \frac{\theta_0}{C_1}$ $\dot{\theta}(0) = C_1 \sqrt{\frac{g}{\ell} - \frac{C^2}{4m^2}} \cos \varphi_0 = \pi \Rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{\pi}{C_1 \sqrt{\frac{g}{\ell} - \frac{C^2}{4m^2}}}$ $\operatorname{tg} \varphi_0 = 0,0194 ; \quad \varphi_0 \cong 1,11^0 ; \quad \varphi_0 \cong \frac{3\pi}{500} \operatorname{rad} \Rightarrow C_1 = \frac{\theta_0}{\sin \varphi_0} = \frac{\pi}{1,94} ;$ $\theta(t) = \frac{\pi}{1,94} \cdot e^{-\frac{5}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{15}}{2} t + \frac{3\pi}{500}\right), \text{ de unde:}$ $\theta(t) = 1,61 e^{-2,5t} \sin(1,94t + 0,019).$		1p 1p 1p 1p
c) În aproximația micilor oscilații: $I \ddot{\theta} = -Mg \frac{l}{2} \theta - mgl \theta$ $I = \frac{Ml^2}{3} + ml^2$ $\omega = \sqrt{\frac{3g}{2l} \cdot \frac{2m + M}{3m + M}}$		0.5p 1p 1p
Oficiu		1

Subiect propus de:

Prof. Ioan Pop, Colegiul Național "Mihai Eminescu", Satu Mare;
Prof. Ion Toma, Colegiul Național "Mihai Viteazul", București.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.