



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI
ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Ediția a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

XI
A

Lucrarea A

Localizarea unui deranjament pe o linie telefonică bifilară

Prezentare

Între două stații telefonice vecine, Σ_1 și Σ_2 , situate la distanța d , conectate printr-o linie aeriană bifilară (cele două conductoare ale liniei fiind identice), s-a produs un deranjament.

Într-o primă variantă, așa cum indică figura 1, deranjamentul este echivalent cu o rezistență de scurgere între cele două fire, R .

Într-o a doua variantă, așa cum indică figura 2, deranjamentul este echivalent cu un scurtcircuit produs între cele două fire.

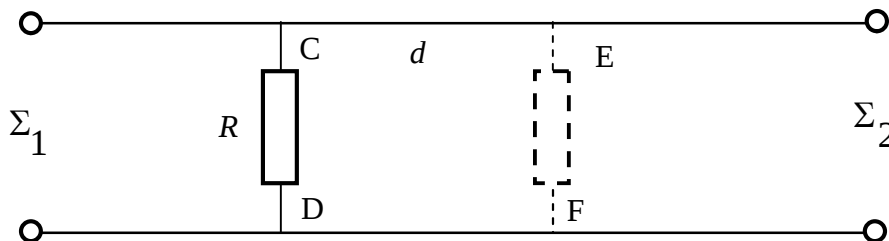


Fig. 1

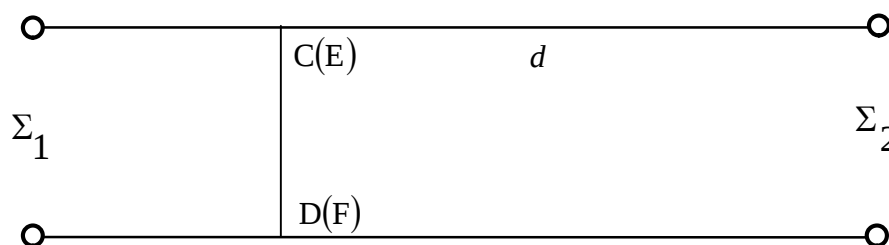


Fig. 2

Pentru a înțelege cum se poate face localizarea deranjamentului dintre cele două stații telefonice, aveți la dispoziție o bobină bifilară (ale cărei conductoare, A_1A_2 și respectiv B_1B_2 , sunt identice), așa cum indică figura 3. Lungimea fiecăruia dintre cele două fire ale bobinei este $L = 76$ m. De la cele două conductoare ale bobinei, la locul deranjamentului, sunt scoase perechile de prize (C; D) și respectiv (E; F), la care se poate conecta un rezistor cu rezistența electrică necunoscută, R , sau se poate realiza un scurtcircuit, conectându-le printr-un conductor a cărui rezistență electrică este foarte mică.

La fiecare stație există un generator electric cu t.e.m. cunoscută ($E_1; E_2$) și rezistența interioară neglijabilă și câte un voltmetru cu rezistența interioară foarte mare.

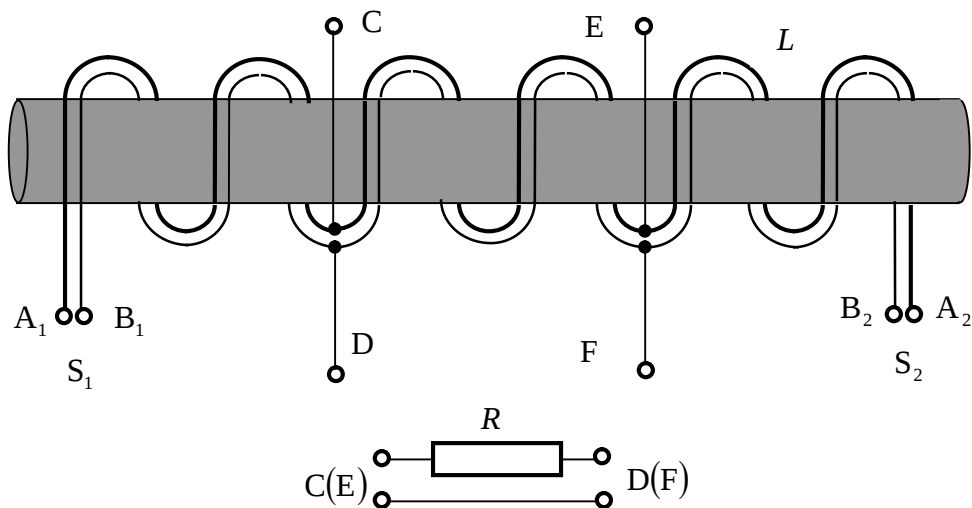


Fig. 3

Materiale la dispoziție



1) bobină bifilară cu 4 prize (CD și EF), lungimea firelor sale fiind $L = 76$ m; 2) sursă de curent continuu (4 baterii cu soclu , interconectabile); 3) multimetru; 4) conductoare de legătură; 5) rezistor cu fire (2 buc.); 6) rezistor suplimentar (pentru a mări rezistența internă a sursei).

Cerință

Să se localizeze cele două deranjamente pe firele bobinei.

Lucrare propusă de prof. dr. Mihail Sandu
G.Ș.E.A.S. Călimănești



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI
ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Ediția a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

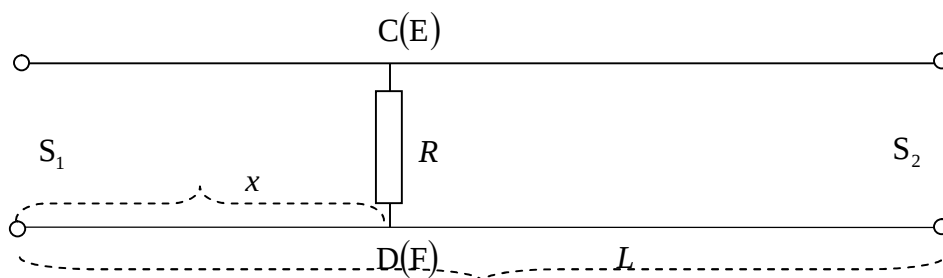
XI
A

Lucrarea A

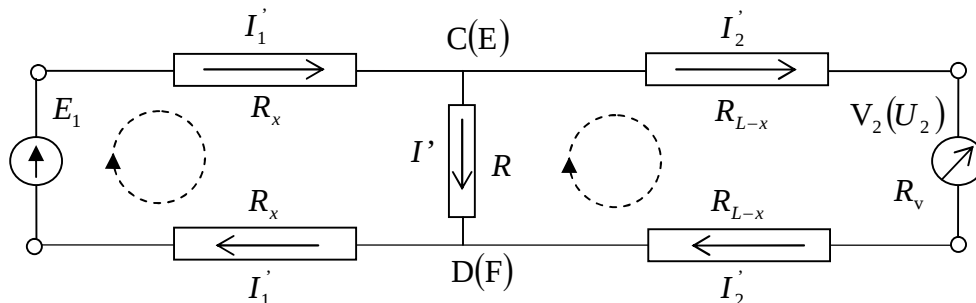
Modul de lucru – Barem de notare (10 puncte)

a) Deranjament echivalent cu rezistență de scurgere între cele două fire (4,00 puncte)

În figura alăturată se consideră că cele două conductoare ale bobinei, fiecare cu lungimea L , sunt desfășurate, iar x este lungimea sectorului fiecărui fir al bobinei, de la capătul S_1 al acesteia, până la locul unde deranjamentul este echivalent cu o rezistență de scurgere, R .



La capătul S_1 al bobinei (stația telefonică Σ_1) se conectează generatorul cu t.e.m. E_1 , iar la capătul S_2 al bobinei (stația telefonică Σ_2) se conectează voltmetrul V_2 , circuitul echivalent al bobinei fiind cel prezentat în figura alăturată.



Utilizând teoremele lui Kirchhoff, rezultă:

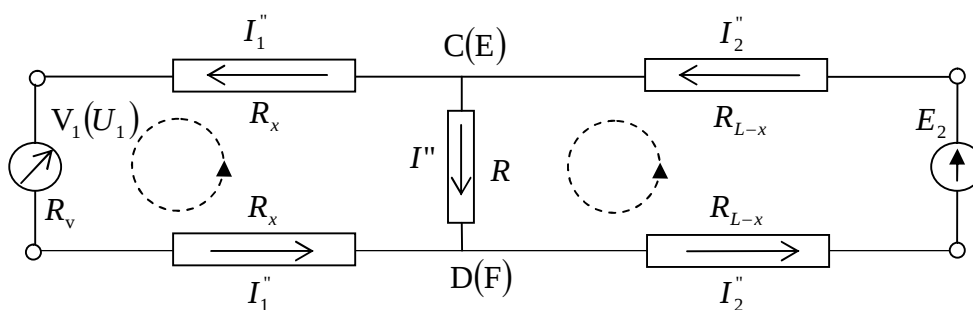
$$E_1 = 2R_x I_1' + RI'; \quad E_1 = 2r \frac{x}{S} I_1' + RI';$$

$$0 = 2R_{L-x} I_2' + R_v I_2' - RI'; \quad 0 = 2r \frac{L-x}{S} I_2' + R_v I_2' - RI';$$

$$R_v \gg 2R_{L-x}; \quad 0 = R_v I_2' - RI';$$

$$\begin{aligned}
 R_v I_2' &= U_2; \\
 0 &= U_2 - RI'; U_2 = RI'; \\
 I' &= \frac{U_2}{R}; \\
 I_2' &= \frac{U_2}{R_v} = \frac{RI'}{R_v} \approx 0; \\
 I_1' &= I' + I_2' \approx I'; \\
 E_1 &= 2r \frac{x}{S} I_1' + RI'; E_1 = 2r \frac{x}{S} I' + RI'; \\
 E_1 &= 2r \frac{x}{S} \frac{U_2}{R} + R \frac{U_2}{R}; \\
 2r \frac{x}{S} \frac{U_2}{R} &= E_1 - U_2.
 \end{aligned}$$

La capătul S_1 al bobinei (stația telefonică Σ_1) se conectează voltmetrul V_1 , iar la capătul S_2 al bobinei (stația telefonică Σ_2) se conectează generatorul cu t.e.m. E_2 , circuitul echivalent al bobinei fiind cel prezentat în figura alăturată.



Utilizând teoremele lui Kirchhoff, în mod asemănător, rezultă:

$$2r \frac{L-x}{S} \frac{U_1}{R} = E_2 - U_1,$$

astfel încât, din cele două relații, obținem:

$$x = L \frac{E_1 U_1 - U_1 U_2}{E_1 U_1 + E_2 U_2 - 2U_1 U_2} \dots\dots\dots 2,00 \text{ puncte}$$

Determinări experimentale2,00 puncte

Pentru rezistorul cu rezistența electrică R1, conectat la priza C-D

E_1	1,5 V	3,0 V	4,5 V	6,0 V
U_2	1,33 V	2,63 V	4,05 V	5,4 V
E_2	1,5 V	3,0 V	4,5 V	6,0 V
U_1	1,07 V	2,18 V	3,26 V	4,34 V
x	18,34 m	20,68 m	17,18 m	17,10 m

$$\bar{x}_1 = 18,325 \text{ m}$$

Pentru rezistorul cu rezistența electrică R2, conectat la priza C-D

E_1	1,5 V	3,0 V	4,5 V	6,0 V
U_2	1,03 V	1,97 V	2,96 V	3,95 V
E_2	1,5 V	3,0 V	4,5 V	6,0 V
U_1	0,53 V	1,04 V	1,5 V	2,06 V
x	15,16 m	16,5 m	15,75 m	16,22 m

$$\bar{x}_2 = 15,90 \text{ m}$$

Pentru rezistorul cu rezistența electrică R3, conectat la priza C-D

E_1	1,5 V	3,0 V	4,5 V	6,0 V
U_2	1,44 V	2,89 V	4,16 V	5,76 V
E_2	1,5 V	3,0 V	4,5 V	6,0 V
U_1	1,26 V	2,55 V	3,82 V	5,1 V
x	13,64 m	13,48 m	23,91 m	14,51 m

$$\bar{x}_3 = 16,385 \text{ m}$$

Pentru rezistorul cu rezistența electrică R1, conectat la priza E-F

E_1	1,5 V	3,0 V	4,5 V
U_2	1,4 V	2,8 V	4,18 V
E_2	1,5 V	3,0 V	4,5 V
U_1	1,36 V	2,8 V	4,10 V
x	31,13 m	38,00 m	33,41 m

$$\bar{x}_1 = 34,18 \text{ m}$$

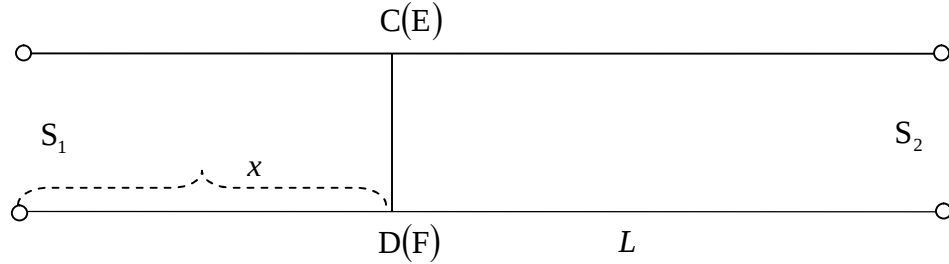
Pentru rezistorul cu rezistența electrică R2, conectat la priza E-F

E_1	1,5 V	3,0 V	4,5 V
U_2	1,26 V	2,53 V	3,77 V
E_2	1,5 V	3,0 V	4,5 V
U_1	1,23 V	2,46 V	3,67 V
x	35,30 m	34,86 m	35,10 m

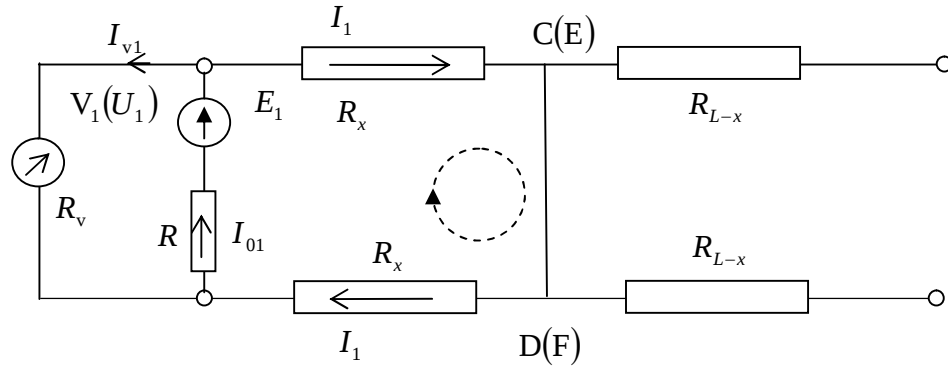
$$\bar{x}_2 = 35,08 \text{ m}$$

b) Deranjament echivalent cu scurtcircuit între cele două fire (5,00 puncte)

În figura alăturată se consideră că cele două conductoare ale bobinei, fiecare cu lungimea L , sunt desfășurate, iar x este lungimea sectorului fiecărui fir al bobinei, de la capătul S_1 al acesteia, până la locul unde deranjamentul este echivalent cu un scurtcircuit.



La capătul S_1 al bobinei (stația telefonică Σ_1) se conectează în paralel generatorul cu t.e.m. E_1 și voltmetrul V_1 , iar la capătul S_2 al bobinei (stația telefonică Σ_2) capetele conductoarelor rămân libere, astfel încât, pentru circuitul echivalent al bobinei, prezentat în figura alăturată, rezultă:



$$E_1 = I_1 2R_x + I_{01} R; I_{01} = I_1 + I_{v1}; E_1 = U_1 + I_{01} R;$$

$$I_{01} = \frac{E_1 - U_1}{R}; I_1 = I_{01} - I_{v1}; I_{v1} = \frac{U_1}{R_v};$$

$$I_1 = I_{01} - \frac{U_1}{R_v} = \frac{E_1 - U_1}{R} - \frac{U_1}{R_v};$$

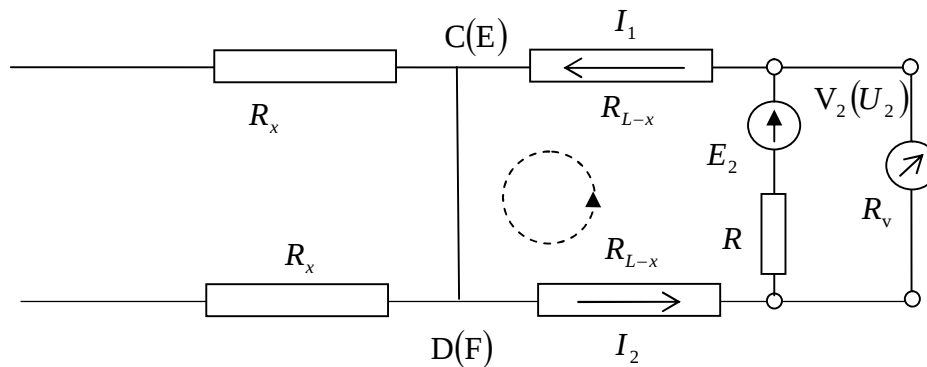
$$E_1 = 2R_x \left(\frac{E_1 - U_1}{R} - \frac{U_1}{R_v} \right) + E_1 - U_1;$$

$$2R_x \left(\frac{E_1 - U_1}{R} - \frac{U_1}{R_v} \right) = U_1;$$

$$R_x = \frac{U_1}{2 \left(\frac{E_1 - U_1}{R} - \frac{U_1}{R_v} \right)} = r \frac{x}{S}; R_v \rightarrow \infty;$$

$$R_x \approx \frac{U_1}{2 \left(\frac{E_1 - U_1}{R} \right)} = r \frac{x}{S}.$$

Asemănător, dacă la capătul S_1 al bobinei (stația telefonică Σ_1), capetele conductoarelor rămân libere, iar la capătul S_2 al bobinei (stația telefonică Σ_2) se conectează în paralel generatorul cu t.e.m. E_2 și voltmetrul V_2 , astfel încât, pentru circuitul echivalent al bobinei, prezentat în figura alăturată, rezultă:



$$E_2 = I_2 2R_{L-x} + I_{02} R; I_{02} = I_2 + I_{v2}; E_2 = U_2 + I_{02} R;$$

$$I_{02} = \frac{E_2 - U_2}{R}; I_2 = I_{02} - I_{v2}; I_{v2} = \frac{U_2}{R_v};$$

$$I_2 = I_{02} - \frac{U_2}{R_v} = \frac{E_2 - U_2}{R} - \frac{U_2}{R_v};$$

$$E_2 = 2R_{L-x} \left(\frac{E_2 - U_2}{R} - \frac{U_2}{R_v} \right) + E_2 - U_2;$$

$$2R_{L-x} \left(\frac{E_2 - U_2}{R} - \frac{U_2}{R_v} \right) = U_2;$$

$$R_{L-x} = \frac{U_2}{2 \left(\frac{E_2 - U_2}{R} - \frac{U_2}{R_v} \right)} = r \frac{L-x}{S}; R_v \rightarrow \infty;$$

$$R_{L-x} \approx \frac{U_2}{2 \left(\frac{E_2 - U_2}{R} \right)} = r \frac{L-x}{S}.$$

În aceste condiții, din relațiile:

$$R_x \approx \frac{U_1}{2 \left(\frac{E_1 - U_1}{R} \right)} = r \frac{x}{S};$$

$$R_{L-x} \approx \frac{U_2}{2 \left(\frac{E_2 - U_2}{R} \right)} = r \frac{L-x}{S},$$

rezultă:

$$x = L \frac{U_1(E_2 - U_2)}{U_1(E_2 - U_2) + U_2(E_1 - U_1)} \dots \dots \dots 3,00 \text{ puncte}$$

Determinări experimentale 2,00 puncte

Pentru scurtcircuit la priza C-D

E_1	1,5 V	3,0 V	4,5 V
U_1	0,11 V	0,23 V	0,35 V
E_2	1,5 V	3,0 V	4,5 V
U_2	0,39 V	0,79 V	1,19 V
x	13,97 m	14,3 m	15,5 m

$$\bar{x}_4 = 14,59 \text{ m}$$

$$\bar{x}_{CD} = 16,3 \text{ m.}$$

Pentru scurtcircuit la priza E-F

E_1	1,5 V	3,0 V	4,5 V
U_1	0,25 V	0,52 V	0,85 V
E_2	1,5 V	3,0 V	4,5 V
U_2	0,29 V	0,59 V	0,9 V
x	34,58 m	35,06 m	36,65 m

$$\bar{x}_3 = 35,43 \text{ m}$$

$$\bar{x}_{EF} = 34,89 \text{ m}$$

Oficiu 1,00 punct



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI
ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Ediția a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

XI
B

Lucrarea B

Problema 1. Momentul producerii unui cutremur în focarul acestuia

Momentele sosirilor undelor seismice directe longitudinale (primare) la stațiile seismice de la București (S_1) și Focșani (S_2), ca urmare a producerii unui cutremur, cu epicentrul (E) localizat în punctul ale cărui coordonate geografice sunt: $\varphi = 37^\circ,8$ și $\lambda = 23^\circ$, sunt precizate în tabelul alăturat, indicându-se și coordonatele geografice ale stațiilor de înregistrare.

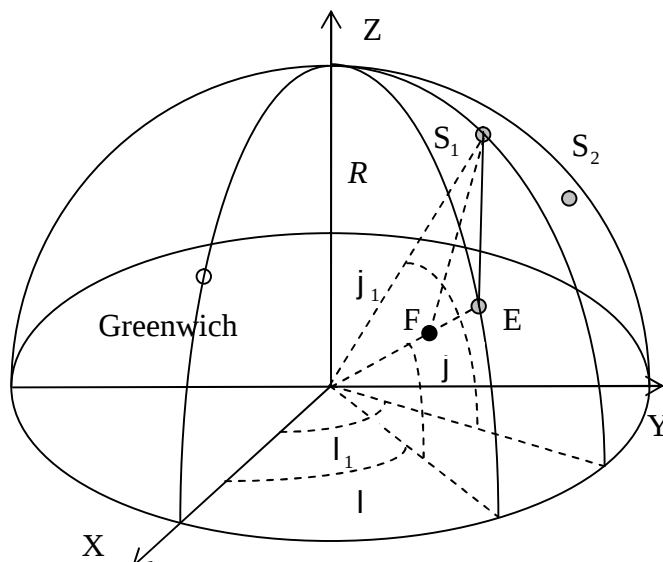
Stația seismică	$j_{1,2}$	$l_{1,2}$	$t_{p,1,2}$
București	$44^\circ 24'$	$26^\circ 06'$	$16^h 17^{min} 22^s,7$
Focșani	$45^\circ 42'$	$27^\circ 12'$	$16^h 17^{min} 25^s,3$

Cerințe

a) Să se determine momentul t al producerii cutremurului în focarul (F) al acestuia, situat la adâncimea $H = \frac{R}{30}$, unde R este raza Pământului;

b) Să se determine momentele sosirilor undelor directe transversale (secundare) în cele două stații seismice de înregistrare, t_{s1} și respectiv t_{s2} , dacă raportul vitezelor celor două tipuri de unde este $v_p/v_s = \sqrt{3}$.

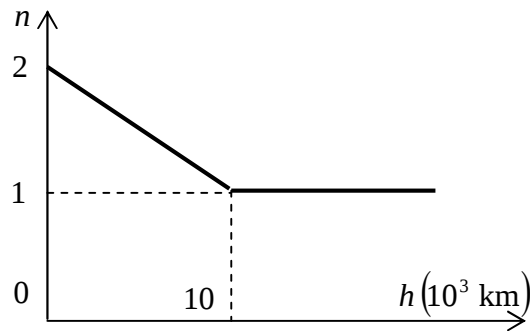
c) Să se calculeze raportul distanțelor dintre focarul cutremurului și cele două stații seismice, $\frac{FS_2}{FS_1}$. Se va considera că propagarea undelor seismice directe, între focarul cutremurului și stațiile seismice de înregistrare este rectilinie și uniformă



Lucrarea B

Problema 2. Sondă spațială în atmosfera unei planete

O sondă spațială pătrunde în atmosfera planetei XG3-86AY1, coborând spre planetă, pe o direcție verticală oarecare. La un moment dat, de pe sondă se trimite, pe o direcție orizontală oarecare, un fascicul îngust de lumină monocromatică. Pentru radiația emisă, indicele de refracție al mediului care compune această atmosferă variază cu altitudinea conform graficului din figura alăturată.



Cerințe

a) Să se analizeze, în funcție de altitudine, și să se argumenteze, posibilitatea revenirii fascicolului de lumină înapoi pe sondă, datorită doar refracției sale prin atmosfera planetei. Se neglijează absorbția luminii în atmosfera planetei.

b) Să se determine altitudinea limită maximă la care ar trebui să se afle sonda spațială care coboară prin atmosfera planetei, în momentul trimiterii fascicolului orizontal de lumină, pentru ca lumina să poată reveni pe sondă, dacă raza planetei este $R = 1.000$ km. Sonda spațială este un punct material.

Lucrare propusă de prof. dr. Mihail Sandu
G.Ș.E.A.S. Călimănești



**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI
ȘI SPORTULUI**
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Ediția a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

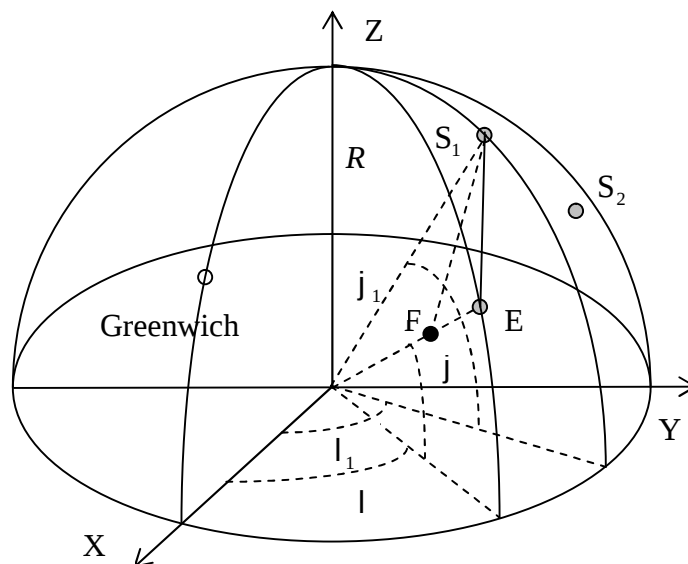
XI
B

Lucrarea B

Problema 1 – Rezolvare – Barem de notare – 5,00 puncte

a) 1,50 puncte

Între coordonatele geografice (φ , λ , R) și coordonatele carteziene (x , y , z) ale epicentrului (E) al unui cutremur, utilizând figura alăturată, se stabilesc relațiile:



$$x = R \cos\varphi \cos\lambda;$$

$$y = R \cos\varphi \sin\lambda;$$

$$z = R \sin\varphi,$$

astfel încât, pentru focarul (F) al cutremurului se pot scrie următoarele relații între cele două tipuri de coordonate:

$$x_0 = (R - H) \cos\varphi \cos\lambda;$$

$$y_0 = (R - H) \cos\varphi \sin\lambda;$$

$$z_0 = (R - H) \sin\varphi,$$

unde H este adâncimea la care se află focarul cutremurului.

În mod asemănător, pentru o stație seismică S_1 , avem:

$$x_1 = R \cos\varphi_1 \cos\lambda_1;$$

$$y_1 = R \cos\varphi_1 \sin\lambda_1;$$

$$z_1 = R \sin \varphi_1.$$

Dacă t este momentul producerii cutremurului în focarul acestuia, iar t_{p1} și respectiv t_{s1} sunt momentele sosirilor celor două tipuri de unde directe (primară și respectiv secundară) la stația seismică S_1 , rezultă:

$$FS_1 = (t_{p1} - t)v_p = (t_{s1} - t)v_s;$$

$$(FS_1)^2 = (t_{p1} - t)^2 v_p^2 = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2;$$

$$(t_{p1} - t)^2 v_p^2 = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2;$$

$$x_1 - x_0 = R \cos j_1 \cos l_1 - (R - H) \cos j \cos l;$$

$$x_1 - x_0 = R(\cos j_1 \cos l_1 - \cos j \cos l) + H \cos j \cos l;$$

$$x_1 - x_0 = (x_1 - x) + H \cos j \cos l;$$

$$x_1 - x = R \cos \varphi_1 \cos \lambda_1 - R \cos \varphi \cos \lambda;$$

$$x_1 - x = R(\cos \varphi_1 \cos \lambda_1 - \cos \varphi \cos \lambda);$$

$$x_1 - x = -0,08573 R;$$

$$x_1 - x_0 = -0,08573 R + H \cos j \cos l;$$

$$x_1 - x_0 = -0,08573 R + H \cdot 0,798 \cdot 0,920;$$

$$x_1 - x_0 = -0,08573 R + 0,73416 H; H = \frac{R}{30};$$

$$x_1 - x_0 = -0,08573 R + 0,73416 \frac{R}{30};$$

$$x_1 - x_0 = -0,08573 R + 0,02447 R = -0,06126 R;$$

$$x_1 - x_0 = -0,06126 R;$$

$$y_1 - y_0 = R \cos j_1 \sin l_1 - (R - H) \cos j \sin l;$$

$$y_1 - y_0 = R(\cos j_1 \sin l_1 - \cos j \sin l) + H \cos j \sin l;$$

$$y_1 - y_0 = (y_1 - y) + H \cos j \sin l;$$

$$y_1 - y = R \cos \varphi_1 \sin \lambda_1 - R \cos \varphi \sin \lambda;$$

$$y_1 - y = R(\cos \varphi_1 \sin \lambda_1 - \cos \varphi \sin \lambda);$$

$$y_1 - y = 0,00558 R;$$

$$y_1 - y_0 = 0,00558 R + H \cos j \sin l;$$

$$y_1 - y_0 = 0,00558 R + H \cdot 0,798 \cdot 0,390;$$

$$y_1 - y_0 = 0,00558 R + 0,31122 H; H = \frac{R}{30};$$

$$y_1 - y_0 = 0,00558 R + 0,31122 \frac{R}{30};$$

$$y_1 - y_0 = 0,00558 R + 0,01037 R;$$

$$y_1 - y_0 = 0,01595 R;$$

$$z_1 - z_0 = R \sin j_1 - (R - H) \sin j;$$

$$z_1 - z_0 = R(\sin j_1 - \sin j) + H \sin j;$$

$$z_1 - z_0 = (z_1 - z) + H \sin j ;$$

$$z_1 - z = R \sin \varphi_1 - R \sin \varphi ;$$

$$z_1 - z = R(\sin \varphi_1 - \sin \varphi) ;$$

$$z_1 - z = 0,08676 R ;$$

$$z_1 - z_0 = 0,08676 R + H \sin j ;$$

$$z_1 - z_0 = 0,08676 R + 0,601 H ; H = \frac{R}{30} ;$$

$$z_1 - z_0 = 0,08676 R + 0,601 \frac{R}{30} ;$$

$$z_1 - z_0 = 0,08676 R + 0,02003 R ;$$

$$z_1 - z_0 = 0,10679 R ;$$

$$(FS_2)^2 = (t_{p2} - t)^2 v_p^2 = (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2 ;$$

$$(t_{p2} - t)^2 v_p^2 = (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2 ;$$

$$x_2 - x_0 = (x_2 - x) + H \cos j \cos l ;$$

$$x_2 - x = R(\cos \varphi_2 \cos \lambda_2 - \cos \varphi \cos \lambda) ;$$

$$x_2 - x = -0,10616 R ;$$

$$x_2 - x_0 = -0,10616 R + H \cos j \cos l ;$$

$$x_2 - x_0 = -0,10616 R + 0,73416 H ; H = \frac{R}{30} ;$$

$$x_2 - x_0 = -0,10616 R + 0,73416 \frac{R}{30} ;$$

$$x_2 - x_0 = -0,10616 R + 0,02447 R ;$$

$$x_2 - x_0 = -0,08169 R ;$$

$$y_2 - y_0 = (y_2 - y) + H \cos j \sin l ;$$

$$y_2 - y = R(\cos \varphi_2 \sin \lambda_2 - \cos \varphi \sin \lambda) ;$$

$$y_2 - y = 0,01050 R ;$$

$$y_2 - y_0 = 0,01050 R + H \cos j \sin l ;$$

$$y_2 - y_0 = 0,01050 R + 0,31122 H ; H = \frac{R}{30} ;$$

$$y_2 - y_0 = 0,01050 R + 0,31122 \frac{R}{30} ;$$

$$y_2 - y_0 = 0,01050 R + 0,01037 R ;$$

$$y_2 - y_0 = 0,02087 R ;$$

$$z_2 - z_0 = (z_2 - z) + H \sin j ;$$

$$z_2 - z = R(\sin \varphi_2 - \sin \varphi) ;$$

$$z_2 - z = 0,10279 R ;$$

$$z_2 - z_0 = 0,10279 R + H \sin j ;$$

$$z_2 - z_0 = 0,10279 R + 0,601 H; H = \frac{R}{30};$$

$$z_2 - z_0 = 0,10279 R + 0,601 \frac{R}{30};$$

$$z_2 - z_0 = 0,10279 R + 0,02003 R;$$

$$z_2 - z_0 = 0,12282 R;$$

$$(t_{p1} - t)^2 v_p^2 = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_{i1} - z_0)^2;$$

$$(t_{p2} - t)^2 v_p^2 = (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2;$$

$$\frac{(t_{p1} - t)^2}{(t_{p2} - t)^2} = \frac{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2};$$

$$x_1 - x_0 = -0,06126 R; y_1 - y_0 = 0,01595 R; z_1 - z_0 = 0,10679 R;$$

$$x_2 - x_0 = -0,08169 R; y_2 - y_0 = 0,02087 R; z_2 - z_0 = 0,12282 R;$$

$$\frac{(t_{p1} - t)^2}{(t_{p2} - t)^2} = \frac{(-0,06126 R)^2 + (0,01595 R)^2 + (0,10679 R)^2}{(-0,08169 R)^2 + (0,02087 R)^2 + (0,12282 R)^2};$$

$$\frac{(t_{p1} - t)^2}{(t_{p2} - t)^2} = \frac{0,00375 + 0,00025 + 0,01140}{0,00667 + 0,00043 + 0,01508} = \frac{0,01540}{0,02218} = 0,69431;$$

$$\frac{t_{p1} - t}{t_{p2} - t} = 0,83325; t = \frac{t_{p1} - 0,83325 t_{p2}}{0,16675};$$

$$t_{p1} = 16^h 17^{\min} 22^s, 7; t_{p2} = 16^h 17^{\min} 25^s, 3;$$

$$t = 16^h 17^{\min} 9^s, 7.$$

b) 1,50 puncte

Din relația:

$$FS_1 = (t_{p1} - t)v_p = (t_{s1} - t)v_s;$$

$$t = \frac{t_{p1} v_p - t_{s1} v_s}{v_p - v_s};$$

$$t_{p1} - t = \frac{t_{s1} - t_{p1}}{\frac{v_p}{v_s} - 1} = \frac{t_{s1} - t_{p1}}{\sqrt{3} - 1},$$

din care rezultă.

$$t_{s1} = t_{p1} + (\sqrt{3} - 1)(t_{p1} - t) = 16^h 17^{\min} 32^s, 19.$$

Asemănător, pentru stația S_2 , obținem:

$$t_{s2} = t_{p2} + (\sqrt{3} - 1)(t_{p2} - t) = 16^h 17^{\min} 36^s, 68.$$

c) 1,50 puncte

$$\begin{aligned}FS_1 &= (t_{s1} - t)v_s; \\FS_1 &= (t_{s1} - t)v_s; \quad FS_2 = (t_{s2} - t)v_s; \\ \frac{FS_2}{FS_1} &= \frac{t_{s2} - t}{t_{s1} - t} = 1,199.\end{aligned}$$

Oficiu 0,50 puncte

Lucrarea B

Problema 2 – Rezolvare – Barem de notare – 5,00 puncte

a) 2,00 puncte

Să presupunem că sonda se apropie de planetă, coborând prin atmosfera acesteia, pe o direcție verticală oarecare. Dacă fascicolul de lumină ar fi fost emis, pe o direcție orizontală oarecare, atunci când sonda se afla o altitudine $h > 10.000$ km, atunci lumina s-ar fi propagat în linie dreaptă, pe direcția orizontală respectivă, depărtându-se de planetă, deoarece, conform graficului dependenței $n = f(h)$, în acel domeniu al valorilor lui h , indicele de refracție al mediului este constant. În această situație, n-ar mai fi posibilă reîntâlnirea fascicolului de lumină cu sonda spațială.

Dacă altitudinea la care se va afla sonda coborând, în momentul emiterii semnalului luminos, ar aparține intervalului $0 < h < 10.000$ km, acolo unde indicele de refracție al atmosferei planetei crește, când altitudinea scade (sau scade când altitudinea crește), atunci desigur că, în acel interval, există posibilitatea ca, pe un strat superior limită, să se producă reflexia totală a fascicolului de lumină și astfel fascicolul de lumină să se propage prin atmosfera planetei, în jurul acesteia, reîntâlnindu-se cu sonda, pe aceeași verticală, la o altitudine mai mică. În figura 1 este reprezentat mersul posibil al fascicolului de lumină, emis atunci când sonda spațială se afla în punctul S_0 și recepționat pe sondă atunci când aceasta a ajuns, pe verticala coborârii, în punctul inferior S.

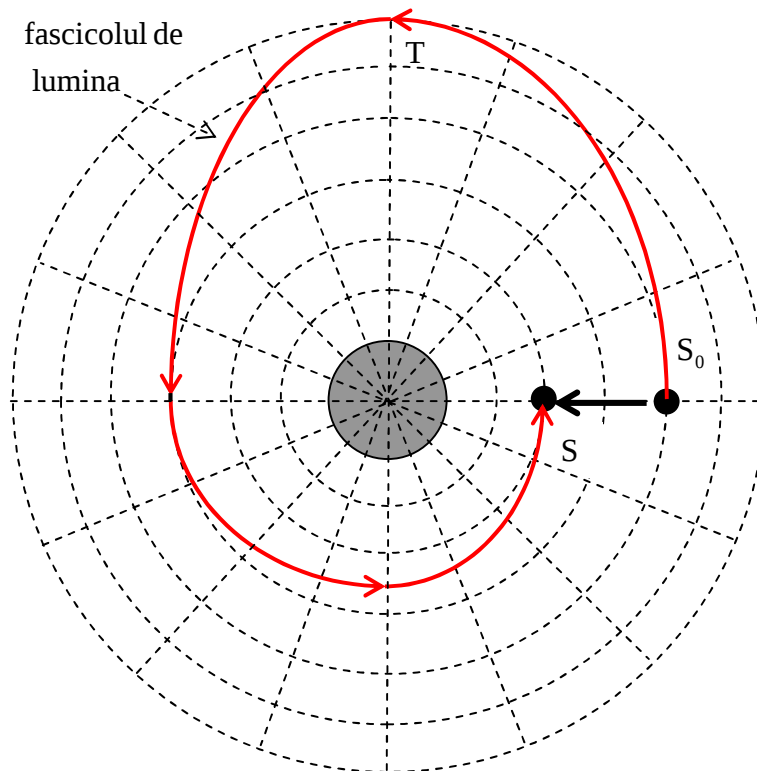


Fig. 1

Din S_0 până în T , fascicolul de lumină trece, prin refracție, în straturi atmosferice superioare cu indicele de refracție din ce în ce mai mic, depărtându-se continuu de normală. În punctul T , unde sunt îndeplinite condițiile necesare, fascicolul de lumină se reflectă total. Apoi, din T până în S , fascicolul de lumină trece, prin refracție, în straturi atmosferice inferioare, cu indicele de refracție din ce în ce mai mare, apropiindu-se continuu de normală.

b) 2,50 puncte

Problema propusă, se referă însă la existența posibilității producerii reflexiei totale a fascicolului de lumină, pe stratul atmosferic existent chiar la altitudinea unde s-a aflat sonda spațială în momentul trimiterii fascicolului de lumină pe direcție orizontală. Trebuie calculată deci altitudinea limită maximă la care s-a aflat sonda în momentul emiterii fascicolului orizontal.

Să admitem că întreaga pătură atmosferică a planetei, cu grosimea de 10.000 km, din intervalul altitudinilor $0 < h < 10.000$ km, ar fi divizată imaginar într-o infinitate de straturi sferice concentrice, cu grosimi foarte mici, în așa fel încât în interiorul fiecărui strat sferic subțire, indicele de refracție să poată fi considerat constant.

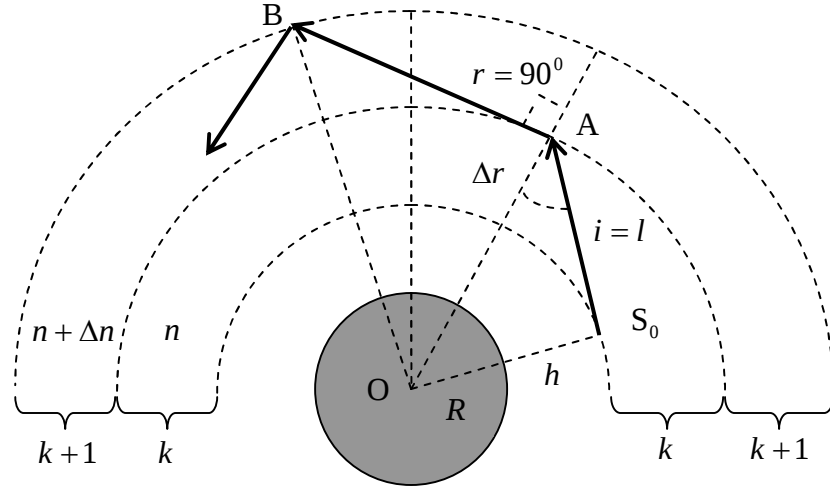


Fig. 2

În figura 2 am considerat că raza de lumină a fost emisă în punctul S_0 , la distanța r , față de centrul planetei, atunci când sonda s-a aflat la limita inferioară a stratului atmosferic k . Grosimea acestui strat, Δr , este foarte mică, astfel încât indicele său de refracție să poată fi considerat constant (n). Stratul atmosferic superior ($k+1$), și el foarte subțire, cu aceeași grosime, Δr , are indicele de refracție constant ($n + \Delta n$), unde $\Delta n < 0$, astfel încât fascicolul de lumină S_0A trimis de pe sondă, să treacă în stratul ($k+1$), refractându-se sub un unghi de 90° . Aceasta implică faptul că unghiul de incidență al fascicolului S_0A este unghi limită, $i = l$, corespunzător indicilor de refracție, (n) și respectiv $(n + \Delta n) < (n)$, ai celor două straturi, k și respectiv $(k+1)$, astfel încât, din legea refracției, rezultă:

$$\sin l = \frac{n + \Delta n}{n}.$$

Utilizând și geometria desenului, rezultă:

$$\sin l = \frac{OS_0}{OA} = \frac{r}{r + \Delta r};$$

$$\frac{n + \Delta n}{n} = \frac{r}{r + \Delta r};$$

$$(n + \Delta n)(r + \Delta r) = nr;$$

$$\Delta n \Delta r \rightarrow 0; n \Delta r = -r \Delta n.$$

Din forma graficului dependenței $n = f(h)$, reprezentată în enunțul problemei, pentru $0 < h < 10.000$ km, rezultă: $n = f(h) = ah + b$, unde coeficienții a și b se determină folosind valorile numerice înscrise pe grafic;

$$a = -\frac{1}{10^4 \text{ km}}; b = 2;$$

$$n = -\frac{h}{10^4 \text{ km}} + 2; h = r - R = r - 10^3 \text{ km};$$

$$n = -\frac{r}{10^4 \text{ km}} + \frac{21}{10},$$

din care:

$$\Delta n = -\frac{\Delta r}{10^4 \text{ km}},$$

astfel încât, folosind rezultatele anterioare, obținem:

$$n\Delta r = -r\Delta n; \Delta n = -\frac{n\Delta r}{r};$$

$$\Delta n = -\frac{1}{r} \left(-\frac{r}{10^4 \text{ km}} + \frac{21}{10} \right) \Delta r;$$

$$-\frac{\Delta r}{10^4 \text{ km}} = -\frac{1}{r} \left(-\frac{r}{10^4 \text{ km}} + \frac{21}{10} \right) \Delta r;$$

$$r = 10.500 \text{ km}; h = 9.500 \text{ km}.$$

Oficiu 0,50 puncte