



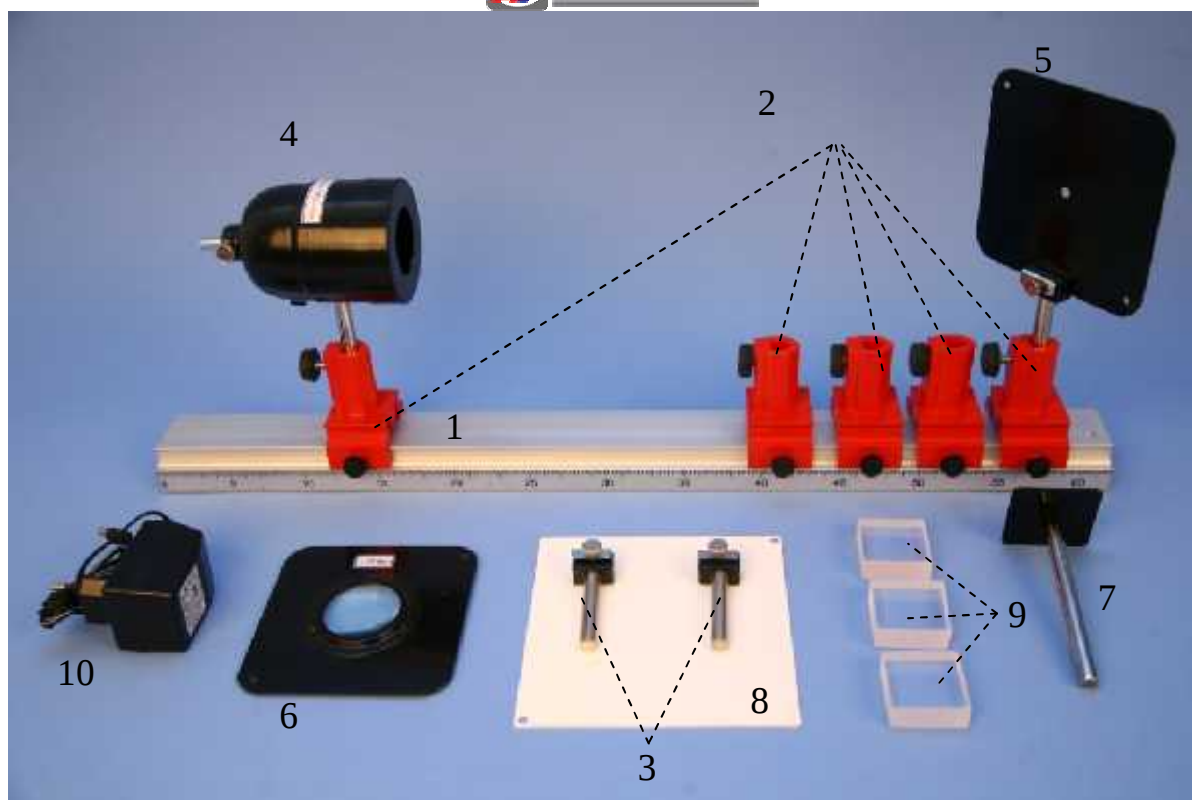
MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI
ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Ediția a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

IX
A

Lucrarea A
Lame transparente cu fețe plane paralele

Materiale la dispoziție

1) banc optic; 2) suporturi culisante (5 bucăți); 3) tije de fixare; 4) sursă de lumină cu LED alb ($U = 12V$); 5) placă cu fantă circulară, $\Phi = 6 \text{ mm}$; 6) lentilă convergentă; 7) suport plan orizontal cu tijă verticală; 8) ecran alb; 9) lame transparente paralelipipedice identice cu dimensiunile $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$, (3 bucăți); 10) alimentator de c.c. ($U = 12V$); 11) raportor; 12) tijă liniară, lungă și subțire.



Cerințe

Să se determine:

- distanța focală a lentilei;
- indicele de refracție al lentilei. Diametrul lentilei; $2r = 50 \text{ mm}$; grosimea lentilei, $2h = 6 \text{ mm}$;
- indicele de refracție al lamelor transparente (4 metode).

Lucrare propusă de prof. dr. Mihail Sandu
G.Ș.E.A.S. Călimănești



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI
ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Ediția a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

IX
A

Lucrarea A

Mod de lucru – Barem de notare – 10 puncte

a) Distanța focală a lentilei 1,00 punct

Cu notațiile din figura 1, în absența lamei transparente, imaginea sursei se formează, față de lentila L, la distanța p_0 , astfel încât:

$$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{p_0} = \frac{1}{f}; p_0 = \frac{d_0 f}{d_0 - f},$$

din care:

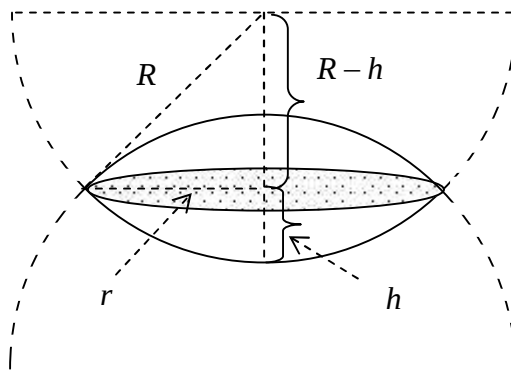
$$f = \frac{d_0 p_0}{d_0 + p_0},$$

unde d_0 și p_0 se măsoară cu rigla, având semnificațiile precizate în desen;

$$d_0 = 30 \text{ cm}; p_0 = 15 \text{ cm};$$

$$f = 10 \text{ cm}.$$

b) Indicele de refracție al lentilei 2,00 puncte



$$R^2 = r^2 + (R - h)^2; R = \frac{r^2 + h^2}{2h}.$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right); R_1 = R_2 = R;$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{2}{R}; n - 1 = \frac{R}{2f} = \frac{r^2 + h^2}{4f};$$

$$n = 1 + \frac{r^2 + h^2}{4f}; n = 1,528.$$

c) Indicele de refracție al lamelor transparente 6,00 puncte

Metoda 1 – Lama transparentă între sursă și lentilă; sursă fixă și ecran mobil (Δx) ...1,50 p

Prezența lamei este echivalentă cu apropierea sursei față de lentilă, până în poziția S, pe distanța ΔX , astfel încât distanța de la sursa S până la lentila L este:

$$d = d_0 - \Delta X,$$

considerând că ΔX nu este accesibil măsurării cu rigla.

În aceste condiții, imaginea sursei se va forma în punctul S", noua distanță până la lentila L fiind:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}; \quad p = \frac{f(d_0 - \Delta X)}{(d_0 - \Delta X) - f}.$$

Ca urmare a introducerii lamei transparente, imaginea sursei s-a depărtat de lentilă pe distanța:

$$\Delta x = p - p_0 = \left(\frac{d_0 - \Delta X}{d_0 - \Delta X - f} - \frac{d_0}{d_0 - f} \right) f,$$

unde $\Delta x = p - p_0$ este accesibil măsurării cu rigla.

Cu notațiile din figura 2, din triunghiurile dreptunghice ABC, ABD și ESS₀, în acord și cu legea refracției, rezultă:

$$\sin(a - b) = \frac{d}{AB}; \quad AB = \frac{d}{\sin(a - b)};$$

$$\cos b = \frac{h}{AB}; \quad AB = \frac{h}{\cos b};$$

$$d = h \frac{\sin(a - b)}{\cos b};$$

$$\Delta X = \frac{d}{\sin a} = h \frac{\sin(a - b)}{\sin a \cos b} = h(1 - \cot a \tan b);$$

$$\sin a = \frac{b/2}{d_0} \ll 1; \quad \sin a \approx a; \quad \tan a \approx \sin a = a;$$

$$\cos a \approx 1; \quad \cot a = \frac{1}{\tan a} \approx \frac{1}{a};$$

$$\sin a = n \sin b; \quad \sin b = \frac{\sin a}{n} = \frac{a}{n} \approx b;$$

$$\tan b \approx \sin b = b = \frac{a}{n};$$

$$\Delta X = h(1 - \cot a \tan b) \approx h \left(1 - \frac{b}{a} \right) = h \left(1 - \frac{1}{n} \right) = h(1 - n^{-1});$$

$$\Delta x = \left(\frac{d_0 - \Delta X}{d_0 - \Delta X - f} - \frac{d_0}{d_0 - f} \right) f;$$

$$\Delta x = \frac{(n-1)hf^2}{(d_0 - f)[(d_0 - f)n - h(n-1)]};$$

$$n = \frac{h[f^2 + (d_0 - f)\Delta x]}{hf^2 - (d_0 - f)(d_0 - f - h)\Delta x}.$$

Nr. det.	d_0	f	h	Δx	n	$\bar{n}$
1	22 cm	10 cm	1,5 cm	0,3 cm	1,38	1,38
2	22 cm	10 cm	3,0 cm	0,6 cm	1,36	
3	22 cm	10 cm	4,5 cm	1,00 cm	1,40	

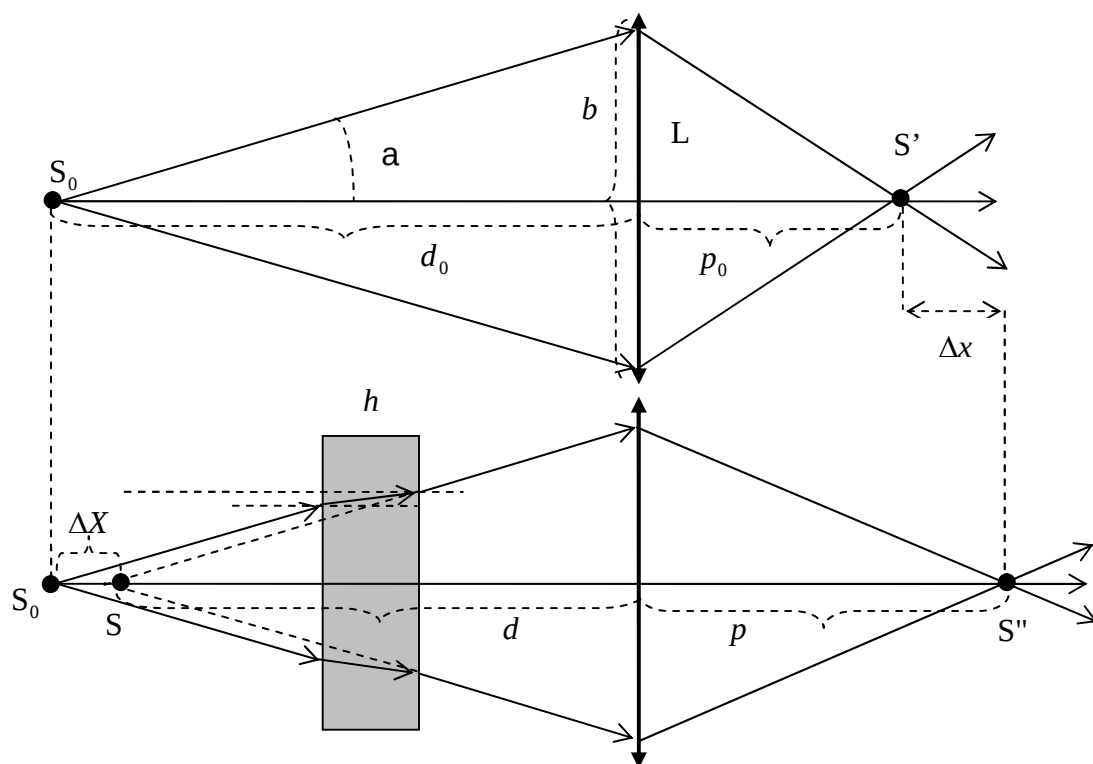


Fig. 1

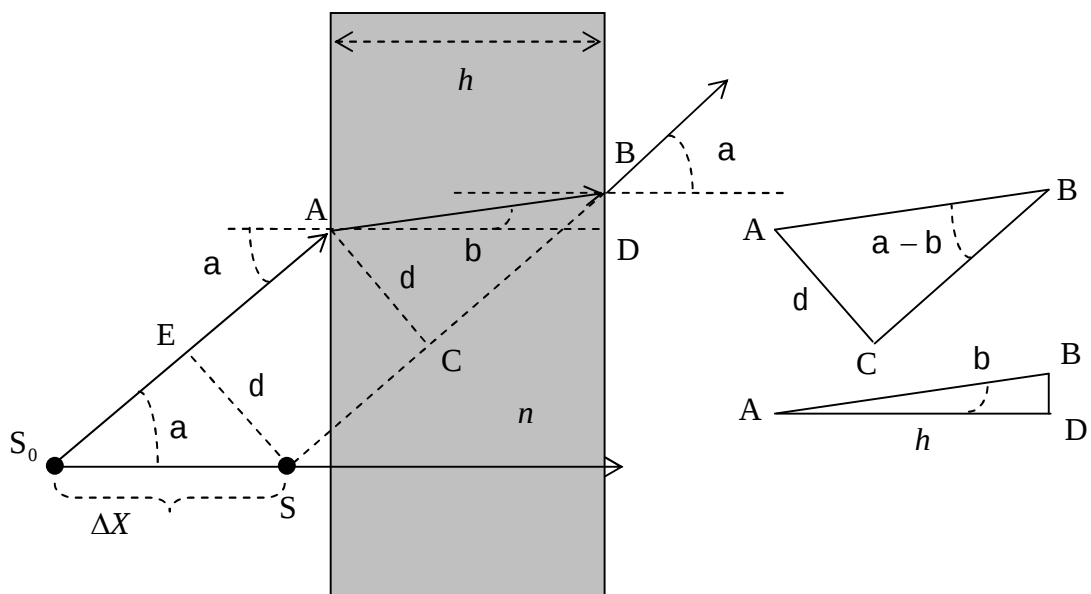


Fig. 2

Metoda 2 – Lama transparentă între sursă și lentilă; ecran fix, sursă mobilă (ΔX) ...1,50 p

Observând că ΔX este accesibil măsurării cu rigla, procedând așa cum indică secvențele din figura 3, rezultă:

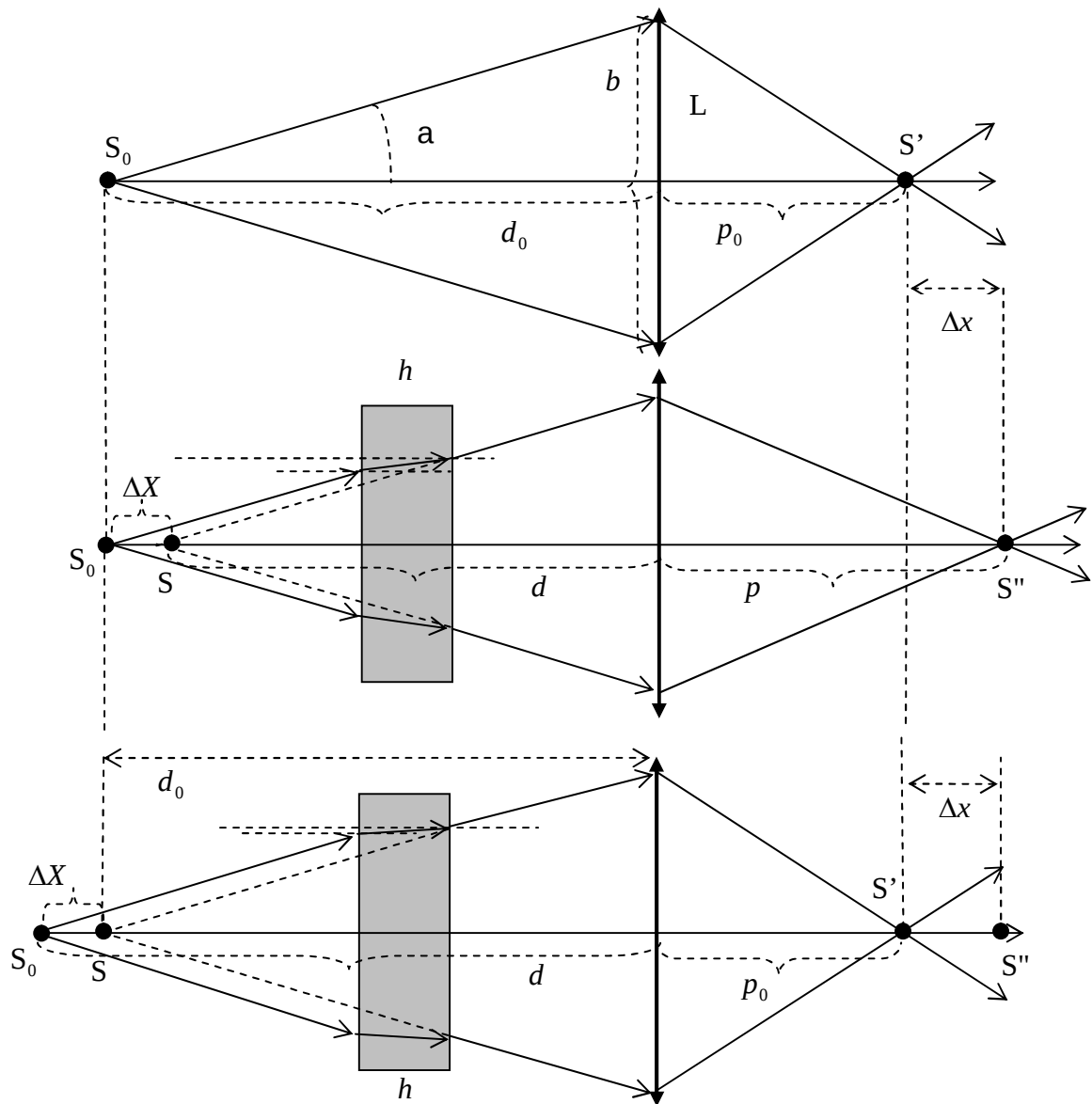


Fig. 3

$$\Delta X = h(1 - \cot a \tan b) \approx h\left(1 - \frac{b}{a}\right) = h\left(1 - \frac{1}{n}\right) = h(1 - n^{-1});$$

$$n = \frac{h}{h - \Delta X}.$$

În prezența lamei transparente, se deplasează ecranul din poziția S'' în poziția S' și se deplasează sursa până când imaginea sursei este din nou clară pe ecran.

Nr. det.	h	ΔX	n	$\bar{n}$
1	15 mm	4 mm	1,36	1,39
2	30 mm	9 mm	1,42	
3	45 mm	13 mm	1,40	

Metoda 3 – Lama transparentă între lentilă și ecran; sursă fixă, ecran mobil (Δx)1,50 p

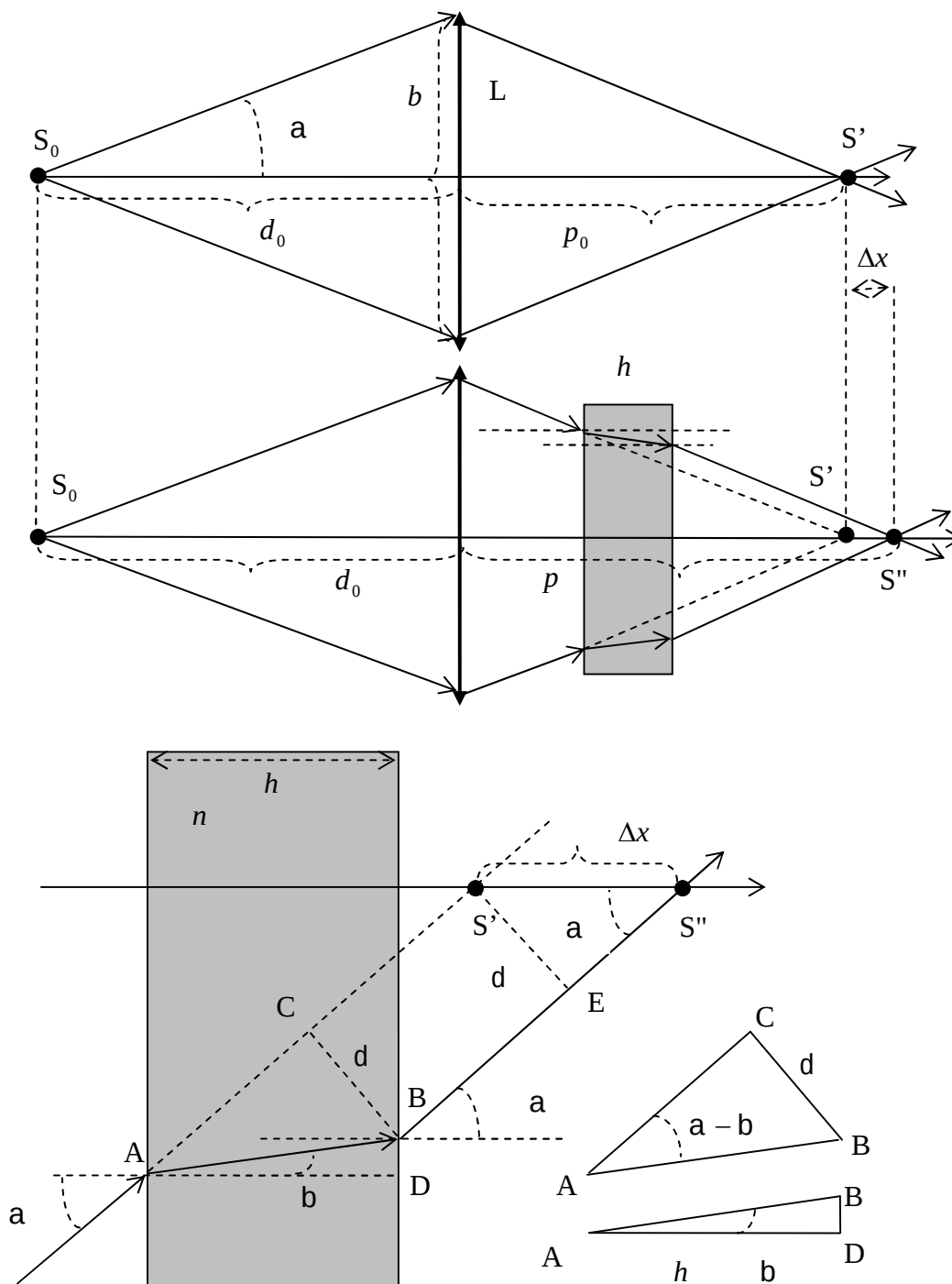


Fig. 4

Cu notațiile din figura 4, din triunghiurile dreptunghice ABC, ABD și $ES'S''$, în acord și cu legea refracției, rezultă:

$$\sin(a - b) = \frac{d}{AB}; \quad AB = \frac{d}{\sin(a - b)};$$

$$\cos b = \frac{h}{AB}; AB = \frac{h}{\cos b};$$

$$d = h \frac{\sin(a - b)}{\cos b};$$

$$\Delta x = \frac{d}{\sin a} = h \frac{\sin(a - b)}{\sin a \cos b} = h(1 - \cot a \tan b);$$

$$\sin a = \frac{b/2}{d_0} \ll 1; \sin a \approx a; \tan a \approx \sin a = a;$$

$$\cos a \approx 1; \cot a = \frac{1}{\tan a} \approx \frac{1}{a};$$

$$\sin a = n \sin b; \sin b = \frac{\sin a}{n} = \frac{a}{n} \approx b; \tan b \approx \sin b = b = \frac{a}{n};$$

$$\Delta x = h(1 - \cot a \tan b) \approx h\left(1 - \frac{b}{a}\right) = h\left(1 - \frac{1}{n}\right) = h(1 - n^{-1});$$

$$n = \frac{h}{h - \Delta x},$$

unde $\Delta x = p - p_0$ se măsoară cu rigla.

Nr. det.	h	Δx	n	$\bar{n}$
1	15 mm	4,50 mm	1,42	1,45
2	30 mm	10,00 mm	1,50	
3	45 mm	14,00 mm	1,45	

Metoda 4 – Lama transparentă pe suport orizontal

Aprecierea vizuală a grosimii aparente1,50 puncte

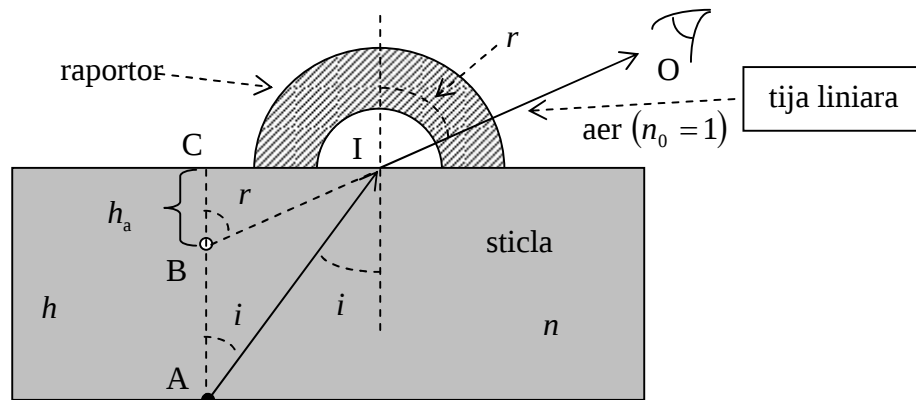


Fig. 5

Lama fiind pusă pe un suport orizontal, așa cum indică figura 5, unde raportorul este așezat în plan vertical, pe partea laterală a lamei, în contact cu aceasta, se pune tija liniară pe direcția pe care privind, apreciem că grosimea aparentă a lamei este jumătate din grosimea ei reală.

În aceste condiții, rezultă:

$$n \sin i = \sin r;$$

$$AC = h; BC = h_{\text{aparent}}; CI = d;$$

$$\tan i = \frac{d}{h}; d = h \tan i;$$

$$\tan r = \frac{d}{h_a}; d = h_a \tan r;$$

$$h_a \tan r = h \tan i;$$

$$h_a = h \frac{\tan i}{\tan r} = h \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} = \frac{h \cos r}{n \cos i};$$

$$n \sin i = \sin r;$$

$$\sin i = \frac{\sin r}{n}; \cos i = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 r}{n^2}} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 r};$$

$$h_a = \frac{h}{n} \frac{\cos r}{\frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 r}} = h \frac{\cos r}{\sqrt{n^2 - \sin^2 r}};$$

$$n = \sqrt{\sin^2 r + \frac{h^2}{h_a^2} \cos^2 r};$$

$$h_a = \frac{h}{2}; n = \sqrt{\sin^2 r + 4 \cos^2 r};$$

$$n = \sqrt{1 + 3 \cos^2 r}; r \approx 55^\circ;$$

$$n = 1,408.$$

Oficiu 1,00 punct



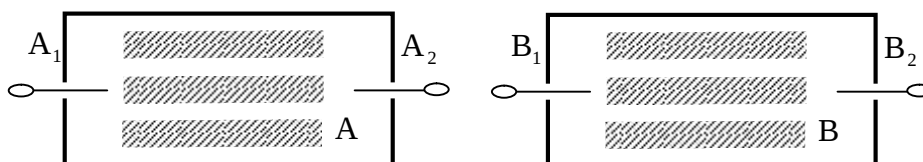
MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI
ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Ediția a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

IX
B

Lucrarea B

Problema 1. Cutii negre cu resorturi

În interiorul a două cutii paralelipipedice identice, A și B, se află câte trei resorturi elastice identice nedeformate, paralele și echidistante, foarte ușoare, aliniate așa cum indică desenele din figura alăturată. Liniaritatea fiecărui resort este asigurată de câte o tijă rigidă interioară, solidară cu pereții cutiei. Din cele două cutii, prin centrele suprafețelor capetelor opuse ale acestora, ies în exterior capetele libere ale unor tije mobile, subțiri, terminate cu câte un inel. Capetele tijelor subțiri, aflate în interiorul cutiilor, sunt legate de capetele resorturilor. Tijele mobile sunt paralele cu resorturile. Cele șase resorturi din interiorul cutiilor sunt identice.



Se știe că:

- 1) pentru cutia A, dacă tragem spre exterior de inelul A_1 , atunci cele două resorturi laterale din cutia A se alungesc identic și resortul central se scurtează, iar dacă tragem spre exterior de inelul A_2 , aflat la celălalt capăt al cutiei A, atunci toate resorturile din cutia A se alungesc identic;
- 2) pentru cutia B, dacă tragem spre exterior de inelul B_1 , atunci cele două resorturi laterale din cutia B se scurtează identic și resortul central se alungește, iar dacă tragem spre exterior de inelul B_2 , aflat la celălalt capăt al cutiei B, atunci cele două resorturi laterale din cutia B se alungesc identic, iar resortul central rămâne nedeformat.

Resorturile laterale sunt simetrice față de resortul central.

Cerințe

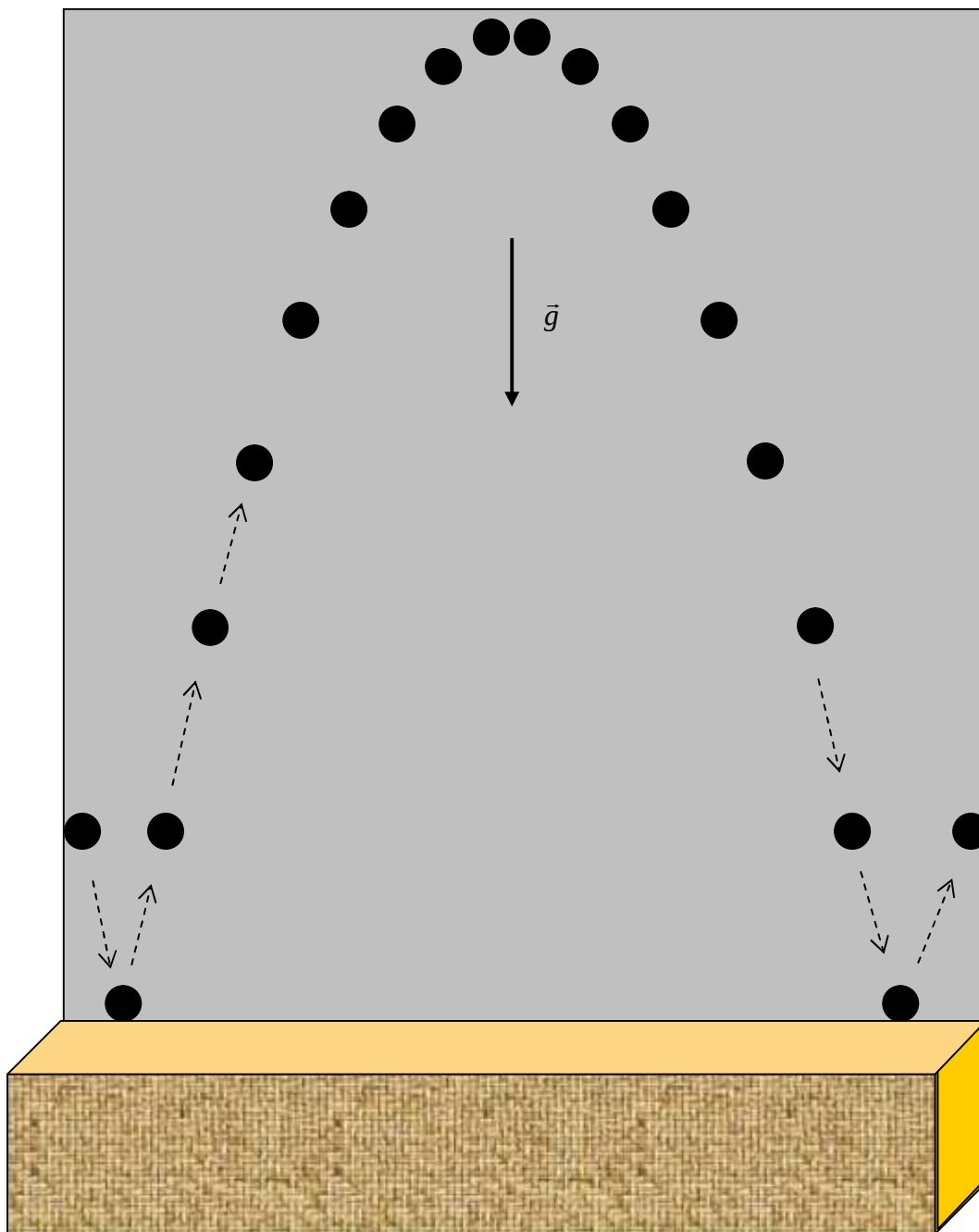
- a) Să se reconstituie, pentru fiecare cutie, modul cum sunt conectate capetele resorturilor între ele, cum sunt conectate capetele resorturilor cu pereții fiecărei cutii și cum sunt conectate capetele tijelor mobile cu capetele resorturilor. Să se reprezinte, raportată la capetele fiecărei cutii, A ($A_1; A_2$) și B ($B_1; B_2$), schema din interiorul fiecărei cutii, care corespunde resorturilor nedeformate.
- b) Cutiile fiind fixe, se trage spre exterior, succesiv, de fiecare inel, al fiecărei cutii, celălalt inel al cutiei fiind liber. Să se determine relațiile dintre deplasările inelelor fiecărei cutii.
- c) Dispunând de un dinamometru și de o riglă gradatăă, să se evidențieze posibilitățile care permit să se determine constanta de elasticitate a fiecărui resort din fiecare cutie.

Lucrarea B

Problema 2. Mișcarea unei mingi de tenis în câmp gravitațional

O minge de tenis, lovită cu o rachetă, este trimisă spre suprafața de joc, plană și orizontală a unei săli de sport, pe care o ciocnește perfect elastic. Imaginile stroboscopice succesive ale mingii, surprinse la intervale de timp $\Delta t = 0,057$ s, cuprinse între două ciocniri succesive ale mingii cu suprafața de joc, sunt reprezentate în figura alăturată.

Să se determine: a) viteza v_0 a mingii după ciocnirea suprafeței de joc; b) unghiul α sub care mingea părăsește suprafața de joc după ciocnirea acesteia. Se știe că fotografia reprezintă planul vertical al traiectoriei mingii, la scara 1 cm : 8,7 cm. Se neglijează rezistența aerului. Se cunoaște valoarea accelerației gravitaționale, $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



Lucrare propusă de prof. dr. Mihail Sandu
G.Ș.E.A.S. Călimănești



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI
ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Ediția a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

IX
B

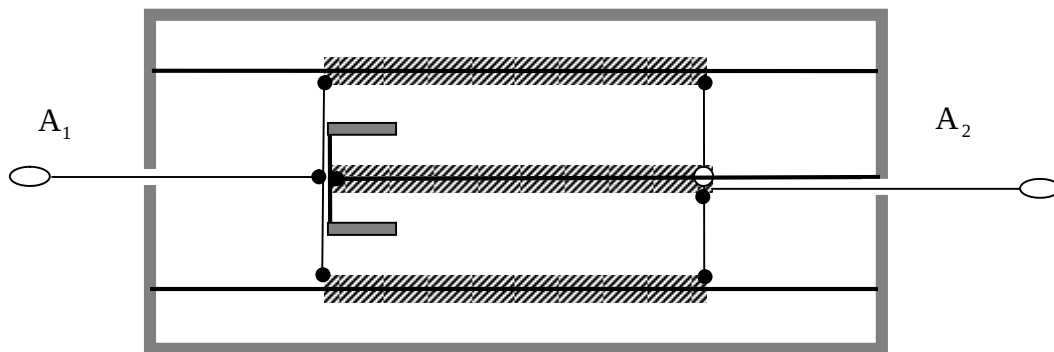
Lucrarea B

Problema 1 – REZOLVARE – Barem de notare – 5,00 puncte

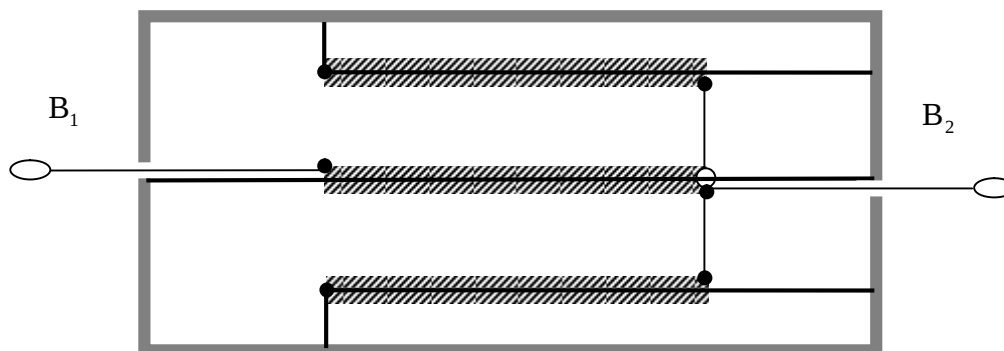
a) – 1,50 puncte

Schemele care corespund conexiunilor resorturilor din cele două cutii sunt reprezentate în desenele din figurile următoare.

1) Pentru cutia A.



2) Pentru cutia B.



b) 2,00 puncte

1) Pentru cutia A, când asupra inelului de la capătul A_1 acționează o forță exterioară $\vec{F}_{\text{ext}}$, orientată așa cum indică figura alăturată, determinând apariția forțelor elastice $\vec{F}_{\text{lat}}$ și respectiv $\vec{F}_{\text{cen}}$, care asigură echilibrul elementelor sistemului, însemnează că:

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}} = F_{\text{cen}},$$

unde F_{lat} și F_{cen} sunt forțele de reacție ale resorturilor laterale și respectiv a resortului central.

Deformările resorturilor laterale fiind identice, în acord cu legea lui Hooke, utilizând desenul din figura alăturată, rezultă:

$$2k(\Delta y)_{\text{lat}} = k(\Delta y)_{\text{cen}},$$

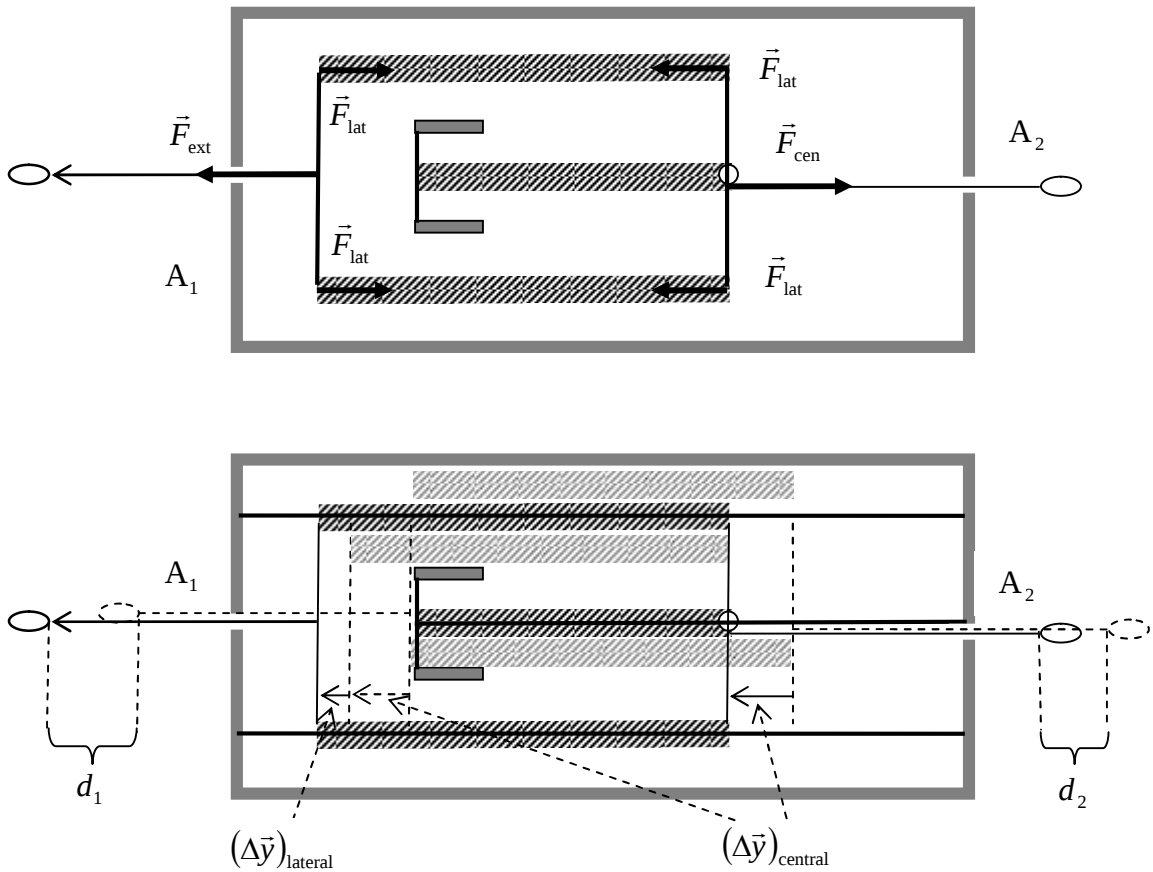
unde: k este constanta de elasticitate a unuia dintre resorturi; $(\Delta y)_{\text{lat}}$ este deformarea unuia dintre resorturile laterale; iar $(\Delta y)_{\text{cen}}$ este deformarea resortului central;

$$2(\Delta y)_{\text{lat}} = (\Delta y)_{\text{cen}}; (\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{1}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_1 = (\Delta y)_{\text{lat}} + (\Delta y)_{\text{cen}} = \frac{3}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{cen}}; d_1 = \frac{3}{2}d_2,$$

unde d_1 și d_2 sunt deplasările celor două inele ale cutiei A, atunci când se acționează din exterior asupra inelului de la capătul A_1 al cutiei A.

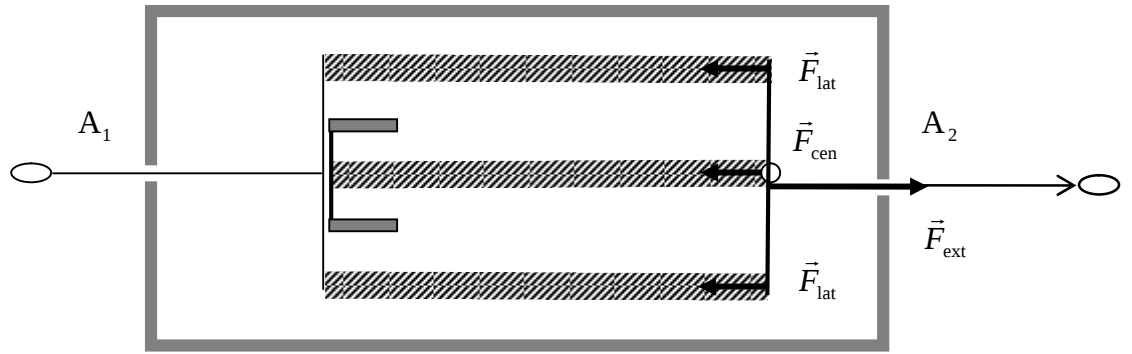


2) Pentru cutia A, când asupra inelului de la capătul A_2 acționează o forță exterioară $\vec{F}_{\text{ext}}$, orientată așa cum indică figura alăturată, determinând apariția forțelor elastice $\vec{F}_{\text{lat}}$ și respectiv $\vec{F}_{\text{cen}}$, care asigură echilibrul elementelor sistemului, însemnează că:

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}} + F_{\text{cen}},$$

unde F_{lat} și F_{cen} sunt forțele de reacție ale resorturilor laterale și respectiv a resortului central;

$$F_{\text{lat}} = F_{\text{cen}}; F_{\text{ext}} = 3F_{\text{lat}}.$$



Deformările resorturilor fiind identice, în acord cu legea lui Hooke, utilizând desenul din figura alăturată, rezultă:

$$3k(\Delta y)_{\text{lat}} = F_{\text{ext}},$$

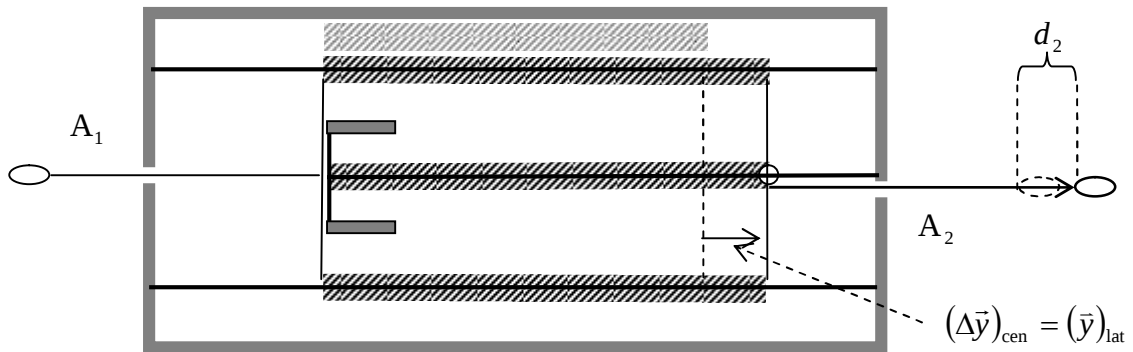
unde: k este constanta de elasticitate a unuia dintre resorturi; $(\Delta y)_{\text{lat}}$ este deformarea unuia dintre resorturile laterale; iar $(\Delta y)_{\text{cen}}$ este deformarea resortului central;

$$(\Delta y)_{\text{lat}} = (\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_1 = 0;$$

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{cen}},$$

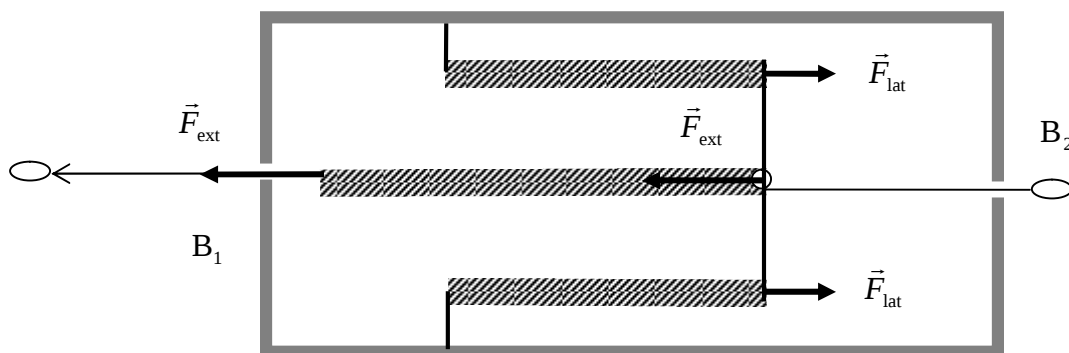
unde d_1 și d_2 sunt deplasările celor două inele ale cutiei A, atunci când se acționează din exterior asupra inelului de la capătul A_2 al cutiei A.



3) Pentru cutia B, când asupra inelului de la capătul B_1 acționează o forță exterioară $\vec{F}_{\text{ext}}$, orientată așa cum indică figura alăturată, determinând apariția forțelor elastice $\vec{F}_{\text{lat}}$ și respectiv $\vec{F}_{\text{cen}}$, care asigură echilibrul elementelor sistemului, înseamnă că:

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}} = F_{\text{cen}},$$

unde F_{lat} și F_{cen} sunt forțele de reacție ale resorturilor laterale și respectiv a resortului central.



Deformările resorturilor laterale fiind identice, în acord cu legea lui Hooke, utilizând desenul din figura alăturată, rezultă:

$$2k(\Delta y)_{\text{lat}} = k(\Delta y)_{\text{cen}},$$

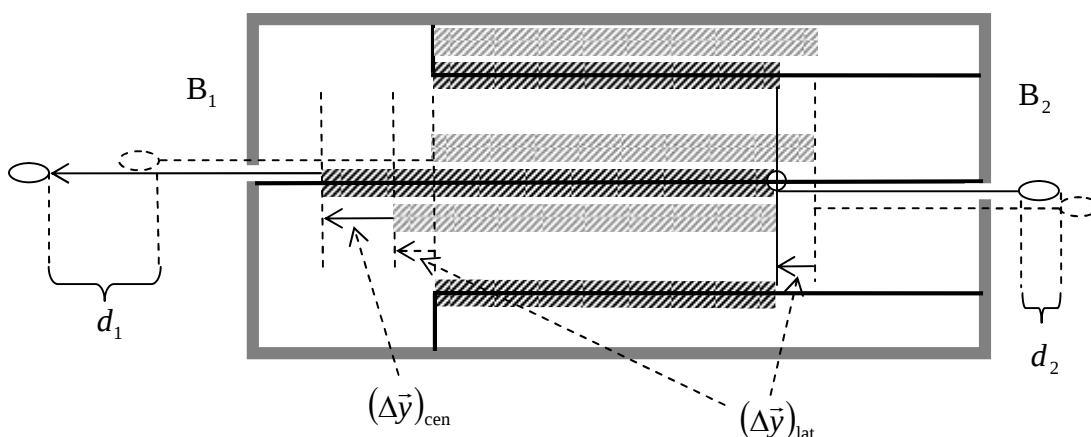
unde: k este constanta de elasticitate a unuia dintre resorturi; $(\Delta y)_{\text{lat}}$ este deformarea unuia dintre resorturile laterale; iar $(\Delta y)_{\text{cen}}$ este deformarea resortului central;

$$2(\Delta y)_{\text{lat}} = (\Delta y)_{\text{cen}}; (\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{1}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_1 = (\Delta y)_{\text{lat}} + (\Delta y)_{\text{cen}} = 3(\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{3}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{1}{2}(\Delta y)_{\text{cen}}; d_1 = 3d_2,$$

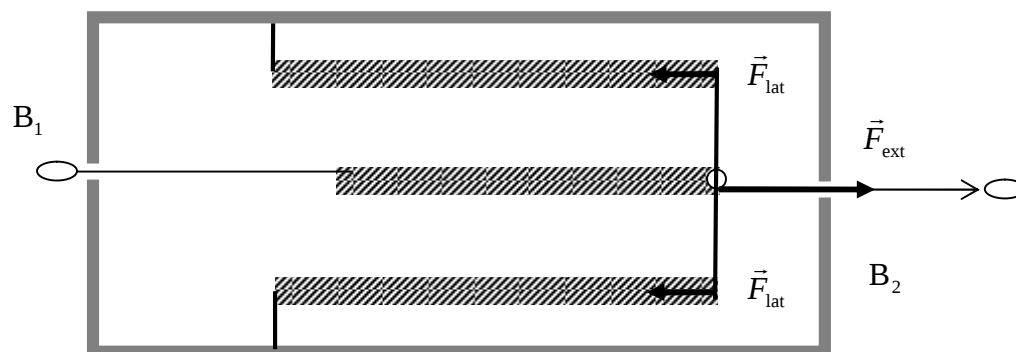
unde d_1 și d_2 sunt deplasările celor două inele ale cutiei B, atunci când se acționează din exterior asupra inelului de la capătul B_1 al cutiei B.



4) Pentru cutia B, când asupra inelului de la capătul B_2 acționează o forță exterioară $\vec{F}_{\text{ext}}$, orientată așa cum indică figura alăturată, determinând apariția forțelor elastice $\vec{F}_{\text{lat}}$, care asigură echilibrul elementelor sistemului, înseamnă că:

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}},$$

unde F_{lat} sunt forțele de reacție ale resorturilor laterale.



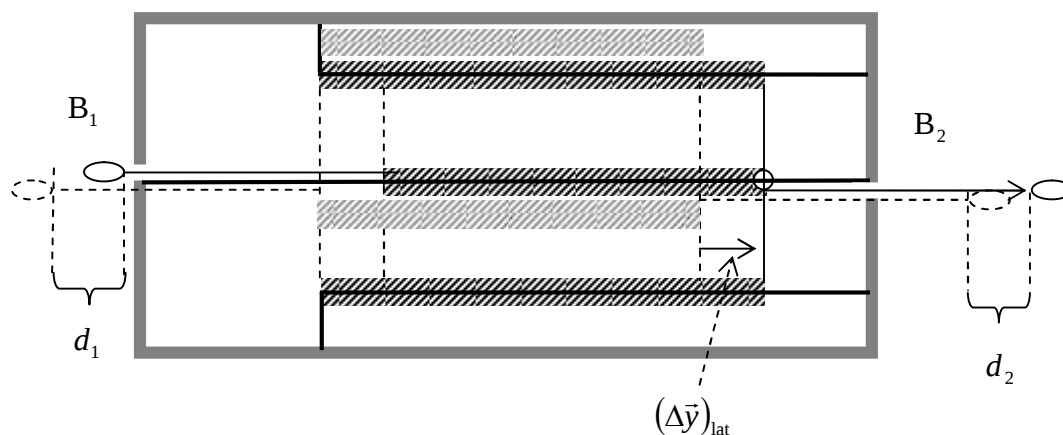
Deformările resorturilor laterale fiind identice, în acord cu legea lui Hooke, utilizând desenul din figura alăturată, rezultă:

$$2k(\Delta y)_{\text{lat}} = F_{\text{ext}},$$

unde: k este constanta de elasticitate a unuia dintre resorturi; $(\Delta y)_{\text{lat}}$ este deformarea unuia dintre resorturile laterale;

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{lat}} = d_1,$$

unde d_1 și d_2 sunt deplasările celor două inele ale cutiei B, atunci când se acționează din exterior asupra inelului de la capătul B_2 al cutiei B.



c) 1,00 punct

Utilizând rezultatele anterioare obținem:

1)

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}} = F_{\text{cen}};$$

$$F_{\text{ext}} = 2k(\Delta y)_{\text{lat}} = k(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$\begin{aligned}
2(\Delta y)_{\text{lat}} &= (\Delta y)_{\text{cen}}; (\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{1}{2}(\Delta y)_{\text{cen}}; \\
d_1 &= \frac{3}{2}(\Delta y)_{\text{cen}}; d_2 = (\Delta y)_{\text{cen}}; d_1 = \frac{3}{2}d_2, \\
(\Delta y)_{\text{cen}} &= \frac{2}{3}d_1 = d_2; \\
F_{\text{ext}} &= k(\Delta y)_{\text{cen}} = \frac{2}{3}kd_1 = kd_2; \\
k &= \frac{3F_{\text{ext}}}{2d_1} = \frac{F_{\text{ext}}}{d_2}.
\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}
F_{\text{ext}} &= 3F_{\text{lat}}; 3k(\Delta y)_{\text{lat}} = F_{\text{ext}} = 3k(\Delta y)_{\text{cen}}; \\
(\Delta y)_{\text{lat}} &= (\Delta y)_{\text{cen}}; \\
d_1 &= 0; \\
d_2 &= (\Delta y)_{\text{cen}}, \\
F_{\text{ext}} &= 3k(\Delta y)_{\text{cen}} = 3kd_2; k = \frac{F_{\text{ext}}}{3d_2}.
\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}
F_{\text{ext}} &= 2F_{\text{lat}} = F_{\text{cen}}, \\
2(\Delta y)_{\text{lat}} &= (\Delta y)_{\text{cen}}; (\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{1}{2}(\Delta y)_{\text{cen}}; \\
d_1 &= (\Delta y)_{\text{lat}} + (\Delta y)_{\text{cen}} = 3(\Delta y)_{\text{lat}}; \\
d_2 &= (\Delta y)_{\text{lat}}; d_1 = 3d_2, \\
F_{\text{ext}} &= 2k(\Delta y)_{\text{lat}} = k(\Delta y)_{\text{cen}}; \\
F_{\text{ext}} &= 2kd_2 = \frac{2}{3}kd_1; \\
k &= \frac{3F_{\text{ext}}}{2d_1} = \frac{F_{\text{ext}}}{2d_2}.
\end{aligned}$$

4)

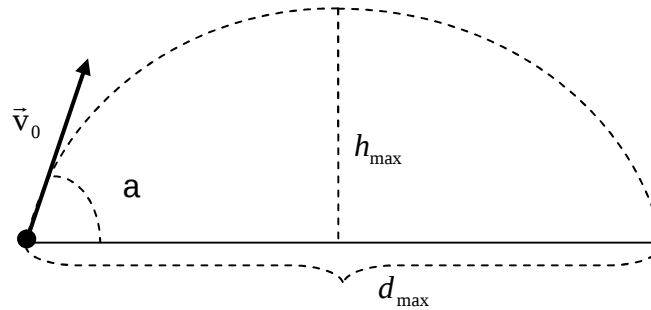
$$\begin{aligned}
F_{\text{ext}} &= 2F_{\text{lat}}, \\
2k(\Delta y)_{\text{lat}} &= F_{\text{ext}}, \\
d_2 &= (\Delta y)_{\text{lat}} = d_1, \\
F_{\text{ext}} &= 2k(\Delta y)_{\text{lat}} = 2kd_1 = 2kd_2; \\
k &= \frac{F_{\text{ext}}}{2d_1} = \frac{F_{\text{ext}}}{2d_2}.
\end{aligned}$$

Oficiu 0,50 puncte

Lucrarea B

Problema 2 – Rezolvare – Barem de notare – 5,00 puncte

Când un punct material este lansat de pe solul orizontal, cu viteza inițială $\vec{v}_0$, sub un unghi a față de orizontală, așa cum indică figura alăturată, distanța maximă parcursă de proiecția pe sol a punctului material este:



$$d_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2a,$$

iar înălțimea maximă la care ajunge punctul material este:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 a,$$

astfel încât:

$$\frac{d_{\max}}{h_{\max}} = \frac{4}{\tan a}.$$

Utilizând fotografia stroboscopică prezentată în figura alăturată, prin măsurători cu rigla, găsim:

$$x_{\max} = 11,2 \text{ cm}; y_{\max} = 14,1 \text{ cm}.$$

Dacă utilizăm informația din enunțul problemei, conformă căreia pentru 1 cm de pe fotografia stroboscopică, corespund în realitate 8,7 cm, rezultă:

$$d_{\max} = x_{\max} S; h_{\max} = y_{\max} S,$$

unde $S = \frac{8,7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$, reprezintă scara la care este realizată fotografia stroboscopică;

$$d_{\max} = 11,2 \text{ cm} \cdot \frac{8,7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 97,44 \text{ cm} = 0,9744 \text{ m};$$

$$h_{\max} = 14,1 \text{ cm} \cdot \frac{8,7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 122,67 \text{ cm} = 1,2267 \text{ m};$$

$$\frac{d_{\max}}{h_{\max}} = \frac{x_{\max}}{y_{\max}} = \frac{4}{\tan a};$$

$$\tan a = \frac{4y_{\max}}{x_{\max}} = \frac{4 \cdot 14,1 \text{ cm}}{11,2 \text{ cm}} = 5,0357;$$

$$a \approx 78,76^\circ,$$

reprezentând unghiul, față de orizontală, sub care mingea a părăsit masa după ciocnirea perfect elastică a suprafeței orizontale a acesteia.

Cunoscând valoarea unghiului α , rezultă:

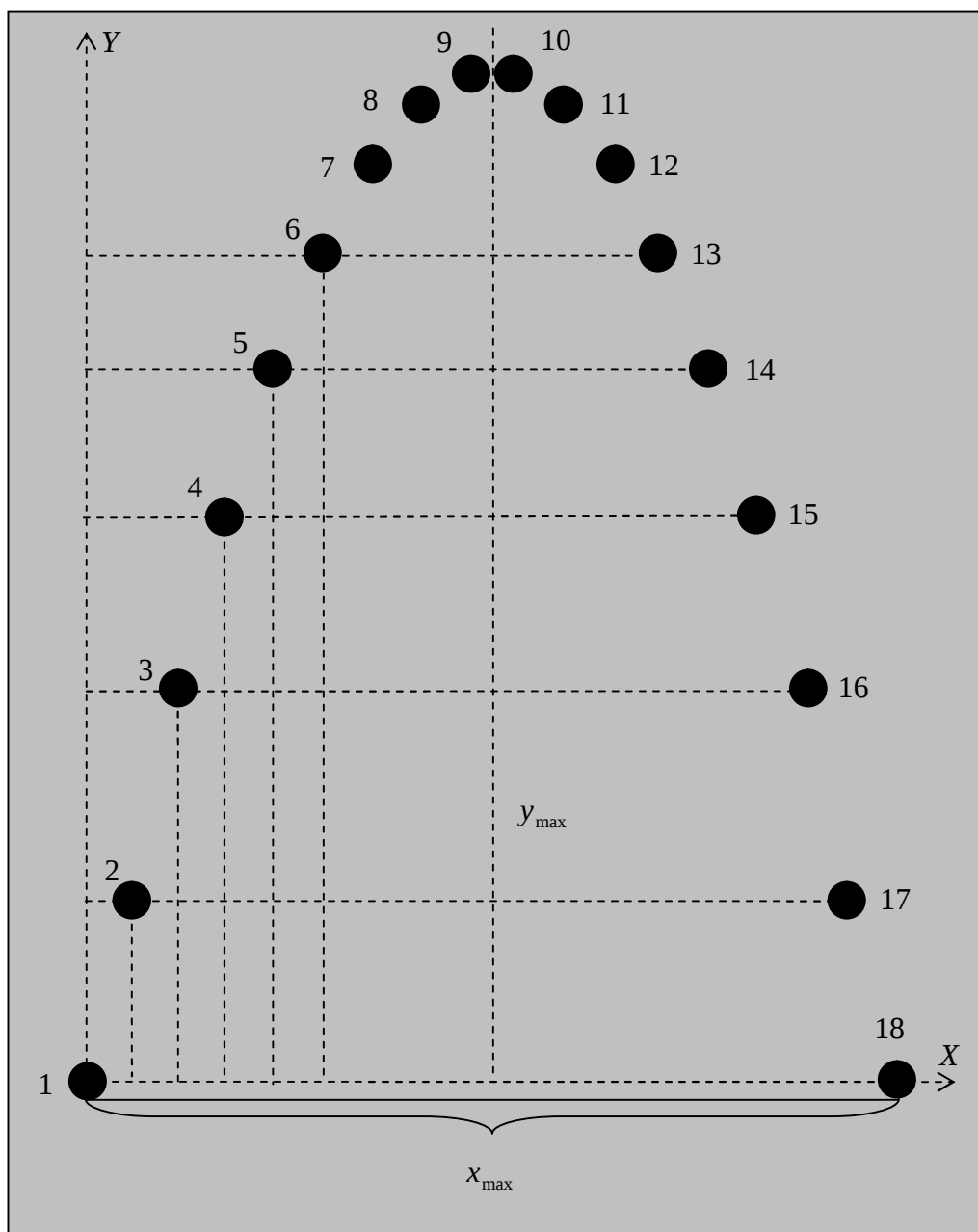
$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha; \quad v_0 = \frac{\sqrt{2gh_{\max}}}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,2267 \text{ m}}}{\sin(78,76^\circ)} = \frac{\sqrt{24,04332} \text{ m}}{0,9808 \text{ s}};$$

$$v_0 = 4,9993 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

reprezentând viteza cu care mingea a părăsit suprafața mesei după ciocnirea perfect elastică a acesteia;

$$d_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha; \quad v_0 = \sqrt{\frac{gd_{\max}}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,9744 \text{ m}}{\sin(157,52^\circ)}} = \sqrt{\frac{9,54912}{0,3823} \frac{\text{m}}{\text{s}}};$$

$$v_0 = 4,9978 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Imaginile stroboscopice succesive ale mingii fiind surprinse la intervale de timp ale căror durate au fost egale cu $\Delta t = 0,057 \text{ s}$, măsurând pe fotografie coordonatele de poziție $(x; y)$ ale imaginii mingii și determinând coordonatele de poziție corespunzătoare $(X; Y)$ ale mingii, în urma calculelor care se impun, rezultă:

- pentru poziția 2

$$x_2 = 0,6 \text{ cm};$$

$$X_2 = 0,6 \text{ cm} \cdot \frac{8,7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 5,22 \text{ cm} = 0,0522 \text{ m};$$

$$X_2 = v_0 \cos \alpha \cdot 1 \cdot \Delta t = 0,0522 \text{ m};$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{0,0522 \text{ m}}{1 \cdot 0,057 \text{ s}} = 0,9157894 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$y_2 = 2,55 \text{ cm};$$

$$Y_2 = 2,55 \text{ cm} \cdot \frac{8,7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 22,189 \text{ cm} = 0,22189 \text{ m};$$

$$Y_2 = v_0 \sin a (1 \cdot \Delta t) - \frac{g(1 \cdot \Delta t)^2}{2} = 0,22189 \text{ m};$$

$$v_0 \sin a = \frac{g(1 \cdot \Delta t)}{2} + \frac{0,22189 \text{ m}}{1 \cdot \Delta t} = \frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,057 \text{ s}}{2} + \frac{0,22189 \text{ m}}{0,057 \text{ s}};$$

$$v_0 \sin a = 4,1721070 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$\tan a = \frac{4,1721070 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,9157894 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4,5557;$$

$$a \approx 77,62^\circ;$$

$$v_0 = \sqrt{(4,1721070)^2 + (0,9157894)^2} \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$v_0 \approx 4,2714 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

- pentru poziția 4

$$x_4 = 1,9 \text{ cm};$$

$$X_4 = 1,9 \text{ cm} \cdot \frac{8,7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 16,53 \text{ cm} = 0,1653 \text{ m};$$

$$X_4 = v_0 \cos a \cdot 3 \cdot \Delta t = 0,16353 \text{ m};$$

$$v_0 \cos a = \frac{0,1653 \text{ m}}{3 \cdot 0,057 \text{ s}} = 0,9666666 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$y_4 = 7,5 \text{ cm};$$

$$Y_4 = 7,5 \text{ cm} \cdot \frac{8,7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 65,25 \text{ cm} = 0,6525 \text{ m};$$

$$Y_4 = v_0 \sin a (3 \cdot \Delta t) - \frac{g(3 \cdot \Delta t)^2}{2} = 0,6525 \text{ m};$$

$$v_0 \sin a = \frac{g(3 \cdot \Delta t)}{2} + \frac{0,6525 \text{ m}}{3 \cdot \Delta t} = \frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \cdot 0,057 \text{ s}}{2} + \frac{0,6525 \text{ m}}{3 \cdot 0,057 \text{ s}};$$

$$v_0 \sin a = 4,6536894 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$\tan a = \frac{4,6536894 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,9666666 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4,8141; a \approx 78,24^\circ;$$

$$v_0 = \sqrt{(4,6536894)^2 + (0,9666666)^2} \frac{\text{m}}{\text{s}}; v_0 \approx 4,7530 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

- pentru poziția 6

$$x_6 = 3,3 \text{ cm};$$

$$X_6 = 3,3 \text{ cm} \cdot \frac{8,7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 28,71 \text{ cm} = 0,2871 \text{ m};$$

$$X_6 = v_0 \cos a \cdot 5 \cdot \Delta t = 0,2871 \text{ m};$$

$$v_0 \cos a = \frac{0,2871 \text{ m}}{5 \cdot 0,057 \text{ s}} = 1,0073684 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$y_6 = 11,4 \text{ cm};$$

$$Y_6 = 11,4 \text{ cm} \cdot \frac{8,7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 99,18 \text{ cm} = 0,9918 \text{ m};$$

$$Y_6 = v_0 \sin a (5 \cdot \Delta t) - \frac{g(5 \cdot \Delta t)^2}{2} = 0,9918 \text{ m};$$

$$v_0 \sin a = \frac{g(5 \cdot \Delta t)}{2} + \frac{0,9918 \text{ m}}{5 \cdot \Delta t} = \frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \cdot 0,057 \text{ s}}{2} + \frac{0,9918 \text{ m}}{5 \cdot 0,057 \text{ s}};$$

$$v_0 \sin a = 4,8765 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$\tan a = \frac{4,8765 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,0073684 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4,8408; a \approx 78,33^\circ;$$

$$v_0 = \sqrt{(4,8765)^2 + (1,0073684)^2} \frac{\text{m}}{\text{s}}; v_0 \approx 4,97946 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

În aceste condiții acceptăm ca rezultate finale:

$$\bar{a} = \frac{78,76^\circ + 77,62^\circ + 78,24^\circ + 78,33^\circ}{4} = 78,2375^\circ; \dots\dots\dots \mathbf{2,25 \text{ puncte}}$$

$$\bar{v}_0 = \frac{4,9993 + 4,9978 + 4,2714 + 4,7530 + 4,97946}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4,800192 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \dots\dots\dots \mathbf{2,25 \text{ puncte}}$$

Oficiu 0,50 puncte