

# Epica!

Anul III Nr. 5 (29)  
IANUARIE  
1993



BACALAUREAT, ADMITERE FACULTATE



EDITURA  
*Epica!*  
Braila

**FIZICA**  
pentru toate vârstele

**CONCURSURI ȘCOLARE,**

# MARI FIZICIENI

ÎN TRE FIZICĂ  
ȘI LITERATURĂ

**ȘTEFAN PROCOPIU**

Dacă Ștefan Procopiu ar fi acceptat invitația savantului francez Cotton și rămânea la Paris, poate ar fi reușit să primească premiul Nobel pentru fizică, ca urmare a descoperirii "efectului Procopiu" și a contribuției la teoria magnetonului Bohr-Procopiu. În anul 1970, deși se afla la Iași, Ștefan Procopiu a făcut parte din comisia de propuneri pentru acordarea premiului Nobel și l-a propus pe fizicianul Neel, cărui i s-a și decernat premiul.

Dar Ștefan Procopiu ar fi putut să rămână și la București, unde și-a făcut ucenicia ca asistent și șef de lucrări, plecând însă cu prima ocazie în anul 1925, spre Iași, unde a rămas până la sfârșitul vieții. Din primul moment s-a integrat în viața culturală a Iașului împărțindu-și activitatea între laborator și colocviile cu prietenii. Era membru în comitetul de conducere al Teatrului Național. Era un oaspete frecvent al redacției "Vieții Românești", mai târziu "Însemnări ieșene" și al "Academiei literare", unde era așteptat de Topîrceanu, Codreanu, A.L.O. Teodorescu și alții. Mai poposea aici matematicianul Grigore Moisil, integrat perfect în atmosfera ieșeană. Cu privire la prezența celor doi, Păstorel Teodorescu a constatat: "universitarilor sunt de două feluri: inteligenți și serioși. Procopiu și Moisil fac parte din prima categorie". La rândul său Moisil spunea despre amicului său: "La acea vreme, Păstorel era un om în care aveam toată încrederea: nu-l cunoșteam. Mai târziu, m-am convins că e ațut de obiectiv înch are o părere foarte bună despre el însuși". La aceste înfățișări au fost lansate obișnuitele critici, de

tipul celor emise de Păstorel și Mihai Codreanu. Păstorel decretase:  
"Gravitate nu prea știu,  
Recunosc singur defectul,  
Dar când beau cu Procopiu  
Merg prin Iași și simt... efectul."

Iar Mihai Codreanu constată:  
Despre via multe se spun  
Eu un lucru sigur știu:  
Că-i spumos și e mai bun  
Când îl bei cu Procopiu."

Dintre toți, cel mai apropiat lui Procopiu i-a fost... inventatorul Topîrceanu. Nu este o glumă. Puțini poate cunosc aplicația spre tehnică a poetului, care, dacă se grăbea puțin, putea să obțină brevetul cinematografului stereoscopice. Revista "Science et voyages" din 11 septembrie 1924 a anunțat că inginerul român Dimitrie Daponta, după experimentări în Anglia și Italia a reușit să descopere un nou procedeu pentru obținerea iluziei în relief fără ochelari ajutători, de la o serie de imagini plane". Ca răspuns a apărut într-o publicație ieșeană următoarea notă: "Nu credem lipsit de interes un fapt curios, dar absolut autentic. D.G. Topîrceanu a expus cu vreo trei ani în urmă amicilor și cunoștințelor săi un procedeu identic, bazat pe aceleași fenomene optice și pe același dispozitiv ajutător pentru obținerea senzației în relief de la niște imagini cinematografice: Faptul e confirmat de niște personalități din Iași; Topîrceanu posedă încă manuscrisul său original, însoțit de câteva observații străine, care poartă data: 3 august 1922".

De ce n-a urmărit Topîrceanu realizarea tehnicii a procedurii sale (care i-ar fi adus desigur satisfacția mai serioasă decât literatura) i-a mărturisit-o mai târziu după ce Procopiu a studiat la modul științific procedeu. "Toată afacerea asta are două motive mari: 1. Eu nu-mi pot permite luxul unor experimentări în străinătate și 2. Procedeu nu poate fi comercializat din cauză că ar fi foarte riscant să se instaleze într-o sală de cinematograful câteva sute de dispozitive ajutătoare delicate, care să funcționeze în sincron cu aparatul proiector... căci ar dispărea imediat".

## COLECTIVUL DE REDACȚIE

Prof. ARICI LIVIU  
Prof. BORȘ IOAN  
Prof. DAN RUXANDA

Insp. școlar prof. ENACHE DIDINA  
Insp. școlar prof. ANTON FLORIN  
Prof. NISTOR MARIA

ISSN 1220 - 4935

Toate drepturile de tipărire și multiplicare sînt rezervate

Editorii EVRIKA Brăila

Tehnoredactare computerizată : GEMINI BUSINESS srl - Brăila

Prin anul 1925, cînd Procopiu devine profesor de gravitație, căldură și electricitate la Universitate, Topfceanu se împrietenește cu dînsul și înțelege că proiectul cu filmul în relief n-are sorți de izbîndă, așa că îi lasă baltă. În schimb prietenia dintre cei doi s-a cimentat, Topfceanu șurubărînd mereu în laboratorul profesorului, iar Procopiu colaborînd cu poetul la teatru și academia liberă. Printre hîrțile rămase de la savant s-a găsit și o fotografie a lui Topfceanu, cu următoarea dedicație: "Amicului Ștefan Procopiu, în semn de afecțiune, cu ocazia numirii mele la direcția teatrului (numire la care a contribuit așa de mult, au cu fape, au cu gura), Decembrie 1932". Gestul acesta este neobișnuit pentru Topfceanu, care nu oferea fotografii ale sale și dovedește afecțiunea pe care o purta lui Procopiu. Într-o conferință ținută în 1934 la Cercul feminist din Iași, Topfceanu mărturisește: "Femeile au fost întotdeauna de partea poeziei. Nu știu ce instinct profund le îndeamnă să prefere partea frumoasă și nobilă a naturii umane. Bărbații vin mai puțini, fiindcă n-au loc de cucoane. Amicul meu, Ștefan Procopiu, cîci am un pic de talent oratoric, dar nu-l cred, anume vrea să mă bage în primejdie, ca să scape de mine, să nu-l mai încurc șrmele și șurubăria de laborator".

La rîndul său profesorul încurca printre scheme de invenții și articole pentru reviste, strofe topfceaniste, cu

ordonatorii caligrafiei recunoscute, semn că lucra în paralel amîndoi, fiecare în specialitatea lui.

Sînt versuri care n-au apărut niciodată:

*"În pădurea de cristal,  
Ca un alt decor de teatru,  
Stau copacii vertical  
3+24  
Înger aris de abanos,  
Înger unic,  
S-a trezit cu fața în jos,  
Într-un cuib de borangic.  
Un luecșăr ideal  
Verde l-a prins în gene  
Ca un fulg de papagal  
Din păduri braziliene.  
Iar căpșunii de pe jos  
Le trînd în nări mireasmă  
De tîndie și agheazmă  
Pruncului de abanos."*

Sub cristalul biroului profesorului din Copou a rămas o simplă constatare:

*"În atmosfera liniștită și curată  
(Aps de altitudine pustie  
În care proștii n-ajung niciodată)  
Poezii fac pînțe aplicate  
Iar omul de știință poezie"*

După "MONITORUL" din Iași.

## PROBLEME PREGĂTITOARE PENTRU OLIMPIADĂ

### Soluțiile problemelor din "Evrika" nr.2 (26) - 1992

1. O bilă mică se mișcă cu viteza  $v$  pe o suprafață orizontală și intră în punctul A într-o sfințică cilindrică verticală de adîncime  $h$  și rază  $r$ . Viteza  $v$  a bilei face unghiul  $\alpha$  cu diametrul sfinții, dus în punctul A (figura 1, vedere de sus). Ce relație trebuie să existe între  $v, h, r$  și  $\alpha$  pentru ca bila după ciocniri elastice cu pereții și fundul sfinții să sară înapoi afară? Pierderile datorate frecărilor se neglijează.

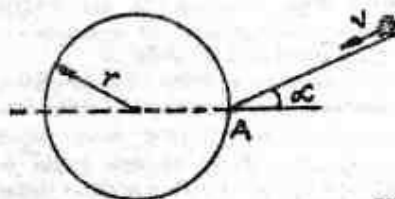


fig. 1

R:

În figura 2 este desenată traiectoria mișcării bilei, văzută de sus. Deoarece ciocnirile bilei cu pereții și

fundul sfinții sînt elastice, rezultă că modulul componentei orizontale a vitezei ei nu se schimbă și rămîne egal cu  $v$ . Distanțele pe orizontală dintre punctele între care au loc ciocniri consecutive sînt  $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = 2r \cos \alpha$ . Timpul dintre două ciocniri consecutive ale bilei cu pereții sfinții este deci

$$t_1 = (2r \cos \alpha) / v$$

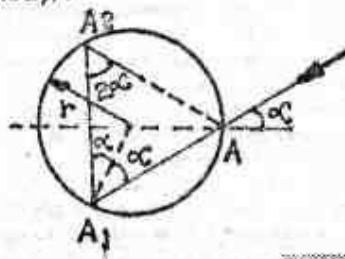


fig. 2

Componenta verticală a vitezei bilei, la ciocnirea cu pereții nu se schimbă, iar la ciocnirea cu fundul

ființei își schimbă sensul. Modulul componentei verticale a vitezei la prima ciocnire cu fundul este  $\sqrt{2gh}$ , iar timpul de mișcare până la fundul ființei, este  $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ . Pe figura 3 este dată desfășurarea plană verticală a prismei poligonale  $A_1A_2A_3 \dots$ ; porțiunile de

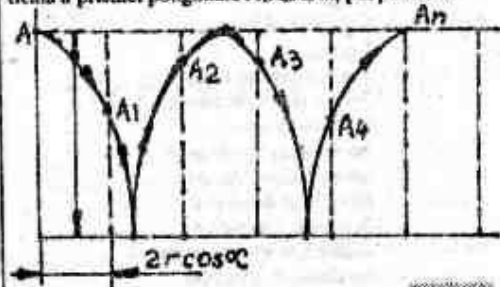


fig. 3

traectorie a mișcării bilei în interiorul ființei pe o asemenea desfășurare sînt parabole (parabole întregi sînt porțiuni de traectorie între două ciocniri consecutive cu fundul ființei). Bila va putea ieși din ființă, dacă momentul în care bila se ridică la înălțimea maximă față de fundul ființei coincide cu momentul în care ea se ciocnește cu peretele (adică în momentul în care atinge înălțimea maximă bila să fie la buza ființei). În aceste condiții între timpii  $t_1$  și  $t_2$  trebuie să existe legătura:

$$nt_1 = 2kt_2$$

unde  $n$  și  $k$  sînt numere întregi prime între ele. Înlocuind aici  $t_1$  și  $t_2$  găsim relația căutată:

$$nr \cos \alpha = kv \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

[2.] Pereții unui vas în care se află un gaz cu temperatura  $T$  sau temperatura  $T_p$ . În ce caz presiunea gazului asupra pereților vasului este mai mare: cînd pereții sînt mai reci ca gazul ( $T_p < T$ ) sau cînd sînt mai calzi ( $T_p > T$ )?

R:

Dacă temperatura pereților vasului,  $T_p$ , coincide cu temperatura gazului,  $T$ , atunci o moleculă care ciocnește perețele își modifică componenta normală a impulsului  $p_x$  cu  $-p_x$ . Deci, variația totală a impulsului este  $2p_x$ . Cînd temperatura pereților  $T_p > T$ , gazul se încălzește. Aceasta înseamnă că moleculele gazului sînt întoarse de perete cu viteză mai mare decît cea cu care veneau spre el, deci în rezultat, variația impulsului va fi mai mare decît  $2p_x$  (figura 4)

Dacă  $T_p < T$ , gazul se răcește, deci moleculele se întorc de la perete cu impuls mai mic decît cu cel cu care au venit spre el. Este evident că variația impulsului în acest caz o să fie mai mică decît  $2p_x$  (figura 5). Oarecîce conform legii lui Newton, variația impulsului este proporțională cu forța medie, atunci presiunea gazului asupra pereților, este mai mare cînd pereții sînt mai calzi decît gazul.



fig. 4



fig. 5

[3.] Două bobine cilindrice lungi cu bobinaj uniform, de aceeași lungime și aproximativ aceeași rază, au inductanțele  $L_1$  și  $L_2$ . Bobinele sînt introduse una în alta, coaxial și conectate la un circuit ca în figura 6. Sensul curenților este de asemenea indicat pe figură. Aflați inductanța  $L$  a unei asemenea bobine complexe.

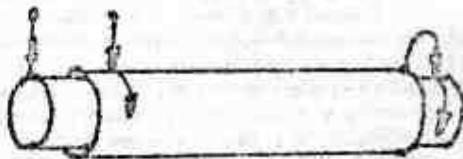


fig. 6

R:

Se știe că inductanța unei bobine este proporțională cu numărul de spire la pătrat:  $L = kN^2$ . Dacă  $N_1$  este numărul de spire al bobinei 1, iar  $N_2$  numărul de spire al bobinei 2, atunci  $L_1 = kN_1^2$ ,  $L_2 = kN_2^2$ . Bobina complexă poate fi privită ca o bobină cu  $N$  spire, unde  $N = N_1 + N_2$ . De aceea  $L = k(N_1 + N_2)^2$ .

$$\text{Însă } N_1 = \sqrt{\frac{L_1}{k}}, N_2 = \sqrt{\frac{L_2}{k}}. \text{ Deci:}$$

$$L = k \left( \sqrt{\frac{L_1}{k}} + \sqrt{\frac{L_2}{k}} \right)^2 \text{ de unde}$$

$$L = L_1 + L_2 + 2\sqrt{L_1 L_2}$$

[4.] În 1923, A. Compton a arătat că fotonii împrăștiți pe electronii liberi au după împrăștiere o energie mai mică decît înainte de împrăștiere. (A.H. Compton, Physical Review, 22, 411 (1923)). Această experiență se consideră ca realizarea cea prețioasă a fizicii experimentale a anilor 20.

Fie ciocnirea unui foton cu energia  $E_\gamma$  cu un electron aflat în repaus. Să se determine energia fotonului după împrăștierea sa sub un unghi  $\phi$  față de direcția inițială de mișcare (unghiul  $\phi$  se numește unghi de împrăștiere). Se vor folosi notațiile din tabelul care se va prezenta mai jos.

Nu se vor folosi în demonstrație  $h$ ,  $v$  sau  $\lambda$ , ci numai legile de conservare a energiei și impulsului și relația relativistă dintre energie și impuls.

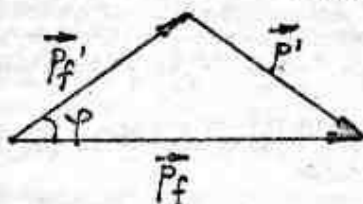


|            | înainte de<br>împrăștiere | după<br>împrăștiere |
|------------|---------------------------|---------------------|
| electronul | $E, p$                    | $E', p'$            |
| fotonul    | $E_f, p_f$                | $E_f', p_f'$        |

Desenați graficul energiei fotonului împrăștiat (considerând ca unitate de măsură, energia de repaus a electronului) în funcție de unghiul de împrăștiere  $\phi$  pentru cazul în care energia fotonului incident este de două ori mai mare decât energia de repaus a electronului.

Arătați că pentru fotonii care se împrăștiie pe electroni puternic legați în atomi așezați pe la mijlocul sistemului periodic (de exemplu, cu masa egală cu  $10 \cdot 2000 \cdot$  masa electronului), variația energiei lor este neglijabilă.

R:  
Din diagrama conservării impulsului, rezultă (fig. 7)



$$p'^2 = p^2 + p_f'^2 - 2pp_f' \cos \phi \quad (1)$$

$$\text{Însă } p^2 = \frac{E^2 - m^2 c^4}{c^2} = \frac{E^2}{c^2} - m^2 c^2$$

$$p_f'^2 = \frac{E_f'^2}{c^2}. \text{ Deci (1) devine:}$$

$$\frac{E^2}{c^2} - m^2 c^2 = \frac{E_f'^2}{c^2} + \frac{E_f^2}{c^2} - \frac{2E_f E_f' \cos \phi}{c^2} \quad (2)$$

Legea conservării energiei

$$E_f + mc^2 = E_f' + E'$$

(electronul este inițial în repaus:  $E = mc^2$ )

De aici  $E' = E_f - E_f' + mc^2$  care ridicat la pătrat dă:

$$E'^2 = E_f^2 + E_f'^2 + m^2 c^4 - 2E_f E_f' + 2E_f mc^2 - 2E_f' mc^2$$

Egalând (2) cu ecuația de mai sus, rezultă:

$$m^2 c^4 + E_f^2 + E_f'^2 - 2E_f E_f' \cos \phi = E_f^2 + E_f'^2 + m^2 c^4 - 2E_f E_f' + 2E_f mc^2 - 2E_f' mc^2$$

După reduceri, rămâne

$$E_f' (mc^2 + E_f - E_f' \cos \phi) = E_f mc^2$$

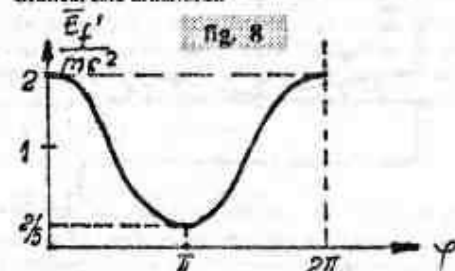
$$E_f' = \frac{E_f mc^2}{mc^2 + E_f (1 - \cos \phi)}$$

$$= \frac{E_f}{1 + \frac{E_f}{mc^2} (1 - \cos \phi)} \quad (4 - \text{formula căutată})$$

Denarece  $E_f = 2mc^2$ , obținem

$$E_f' = \frac{2mc^2}{1 + 2(1 - \cos \phi)} \text{ sau } \frac{E_f}{mc^2} = \frac{2}{1 + 2(1 - \cos \phi)}$$

Graficul este următorul:



Dacă electronul este legat puternic de atom, rolul masei  $m$  din formula (4) este jucat de masa întregului atom și atunci valoarea efectivă a raportului  $E_f/mc^2$  devine de 20.000 de ori mai mică decât în cazul împrăștiierii fotonilor pe electroni liberi. În cazul electronilor puternic legați, numitorul din formula (4) devine practic 1 pentru orice  $\phi$ , astfel încât  $E_f' \approx E_f$ .

## PROBLEME PROPUSE

1. O minge de tenis se ciocnește cu o rachetă grea sub unghiul  $\phi = 60^\circ$  față de normală și se reflectă elastic. Masa mingii este neglijabilă față de masa rachetei de tenis. Cu ce viteză trebuie să se miște racheta pentru ca mingea să fie reflectată sub un unghi drept față de traiectoria inițială?

2. Un piston poate aluneca fără frecare într-un cilindru închis la cele două extremități. Cilindrul și pistonul nu permit trecerea căldurii prin ei. La început, pistonul împarte cilindrul în două părți egale de volum  $V_0$  fiecare. Cele două compartimente ale cilindrului sînt umplute cu gaz ideal la presiunea  $p_0$ . Raportul  $C_p/C_v = \gamma$  se deplasează foarte lent pistonul comprimînd gazul dintr-o parte a cilindrului. Calculați lucrul mecanic necesar pentru a micșora la jumătate volumul inițial.

3. Se dă o "cutie neagră" cu două borne exterioare. În interior este o bobină de inducție  $L$ , cu pierderi ohmice neglijabile, un condensator de capacitate  $C$  și un rezistor de rezistență  $R$ .

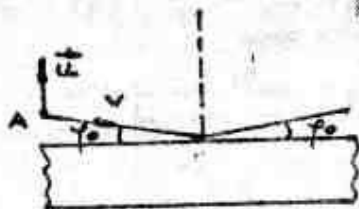
Se știe că dacă se aplică la cele două borne o tensiune continuă de 1 V, curentul prin cutie va fi de 1 mA. Dacă tensiunea de 1 V este alternativă, cu frecvența de 50 Hz, curentul devine 10 mA. Odată cu creșterea frecvenței crește și curentul și ajunge la valoarea maximă la frecvența de 500 Hz. Să se deseneze schema "cutiei negre" și să se determine parametrii ei.

4. Un fascicul de neutroni monoenergetici, care se mișcă cu viteza  $v$ , cade pe o suprafață plană a unui cristal sub unghiul  $\phi$  față de această suprafață (figura 9) și suferă o reflexie Bragg de ordinul  $n$ .

Sursa de neutroni A începe să se miște cu viteză

fig. 9

$$\text{unde } T = \frac{F}{2\cos\alpha} = \frac{F}{\sqrt{3}}$$



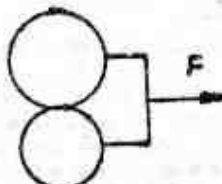
constantă  $\vec{u}$  pe direcția normalei la suprafața reflectătoare. Sub ce unghi  $\phi$  față de planul reflectorului trebuie îndreptat acum fasciculul de neutрони pentru ca să se observe același ordin de reflexie Bragg?

## OLIMPIADA STATELOR C.S.I.

(MOSCOVA - 1992)

### REZOLVAREA PROBLEMELOR DIN NUMĂRUL PRECEDENT:

1. Pe o masă orizontală se află în contact două runde (discuri omogene) de raze egale  $R$ . Un fir subțire, ușor și inextensibil de lungime  $l=2R$  are capetele fixate de extremitățile runderelor (figura 1).



La mijlocul firului începe să acționeze o forță orizontală constantă  $F$ . Cu ce forță vor acționa runderile una asupra celei după ce caracterul mișcării va deveni stabil? Frecarea este neglijabilă. Să se considere două cazuri:

- runderile au mase egale;
- masa unei runde este de două ori mai mare decât masa celeilalte.

R:

Primul caz este destul de simplu. Runderile (discurile omogene) au mase egale, sistemul este simetric față de bisectoarea unghiului  $O_1AO_2$  (figura 1a). Accelerările runderelor sînt paralele liniei de acțiune a forței  $F$ , tensiunile firului sînt egale. Triunghiul  $O_1AO_2$  este echilateral, deci  $\alpha = 30^\circ$ .

Massa punctului A este egală cu zero, deci suma forțelor  $\vec{F} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$ .

Notăm modulul tensiunii  $T_1 = T_2 = T$ . Atunci, în proiecții pe direcția forței  $\vec{F}$ , avem  $F - 2T \cos \alpha = 0$ , de

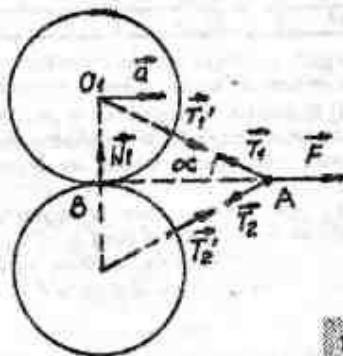


fig. 1a

Accelerarea rundei este paralelă cu forța  $\vec{F}$ , deci perpendiculară pe direcția liniei centrelor  $O_1O_2$ . Prin urmare, suma proiecțiilor pe această direcție a forțelor ce acționează asupra rundei este zero. Astfel obținem  $N_1 - T_1' \sin \alpha = 0$ . Dar  $T = T/F\sqrt{3}$ . Prin urmare, forța de interacțiune dintre runderile

$$N_1 = T \sin \alpha = F/2\sqrt{3} = 0,289F.$$

În cazul al doilea, runderile au mase diferite  $M_1 = 2M_2 = 2M$ .

La început mișcarea runderelor este complicată, apoi caracterul acestei mișcări devine stabil - runderile se mișcă astfel că centrul de masă C al lor se află pe linia de acțiune a forței  $\vec{F}$  (figura 1, b).

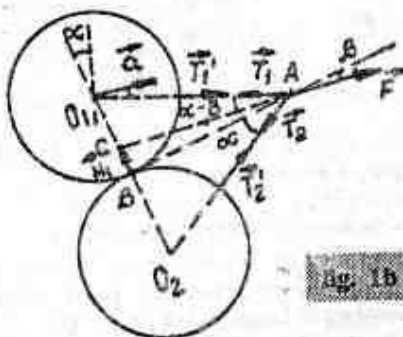


fig. 1b

Evident, pentru raportul dat al maselor  $O_1C = 2R/3$  și  $CO_2 = 4R/3$ .

Notăm cu  $\beta$  unghiul dintre bisectoarea unghiului  $O_1AO_2$  și direcția forței  $\vec{F}$ . Din triunghiul dreptunghic ABC avem  $\tan \beta = BC/AB = 1/3\sqrt{3}$ .

Runderile se mișcă cu accelerația  $a = F/3M$ , orientată ca și forța  $\vec{F}$ , scriem legea a doua a lui Newton pentru runderile de masă  $M_1 = 2M$ . Avem  $2Ma = T_1' + N_1$ . Luăm axa  $Oxy$  în direcție perpendiculară pe vectorul  $\vec{T}'$  și trecem la ecuația pentru proiecțiile pe

această axă. Observăm că unghiul dintre  $\vec{a}$  și  $\vec{T}_1'$  este egal cu  $(\alpha - \beta)$ , iar unghiul dintre  $\vec{N}_1$  și axa  $O_1y$  - cu  $\alpha$ .

Astfel, în proiecții pe această axă avem:

$$2Ma \sin(\alpha - \beta) = N_1 \cos \alpha$$

de unde

$$N_1 = 2Ma \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} = 2Ma (\operatorname{tg} \alpha \cos \beta - \sin \beta)$$

Luând în considerare valoarea accelerației  $a$  și exprimând  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} = \frac{3}{5}$  și

$$\sin \beta = \operatorname{tg} \beta \cos \beta = \frac{1}{2\sqrt{7}}$$

$$\text{obținem } N_1 = \frac{2F}{3\sqrt{7}} = 0,252 F$$

Observăm că în ambele cazuri forțele cu care rondelile apasă una asupra alteia nu depind de mase ci doar de raportul lor.

2. Într-un cilindru vertical, sub un piston greu, se află aer la temperatura mediului exterior. Pistonul este ridicat lent la înălțimea  $H$  deasupra poziției inițiale de echilibru și este menținut în această poziție până când temperatura aerului din cilindru devine egală cu temperatura mediului exterior. Apoi cilindrul este izolat adiabatic, după care pistonul este eliberat, care va fi poziția finală a pistonului în raport cu poziția cea mai înaltă a sa? Capacitățile calorice (termice) ale cilindrilor și pistonului se vor neglija. Sistemul se află în vid.

R:

Notăm  $H_0$  înălțimea pistonului în stare inițială și cu  $h$  distanța cu care el coboară din starea intermediară în cea finală (figura 2).

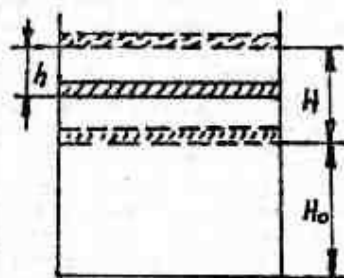


Fig. 2

În starea inițială și cea finală presiunea aerului este aceeași, egală cu presiunea produsă de greutatea pistonului, adică  $p = p_0 = Mg/S$ , unde  $M$  este masa pistonului, iar  $S$  - aria lui, volumele sînt respectiv  $V_0 = S.H_0$  și  $V = S.(H_0 + H - h)$ , iar temperaturile  $T_0$  și  $T$ . scriem expresiile pentru ecuația Clapeyron-Mendeleev în ambele cazuri:

$$Mg.H_0 = \nu.R.T_0 \text{ și } Mg.(H_0 + H - h) = \nu.R.T$$

$$\text{De aici obținem } Mg.(H - h) = \nu.R.(T - T_0) \quad (1)$$

În starea intermediară (pistonul se află la înălțimea  $H_0 + H$ ) temperatura aerului este  $T_0$ . Treccrea din

această stare în starea finală este o transformare adiabatică. Prima lege a termodinamicii în forma

$\Delta U + \Delta A = 0$ . Variația energiei interne a aerului  $\Delta U = \nu.C_v(T - T_0)$ , unde  $C_v$  este capacitatea termică molară la volum constant. Lucrul efectuat de aer este negativ și egal ca modul cu lucrul forței de greutate a pistonului  $\Delta A = -Mg.h$ . Prima lege a termodinamicii în forma  $\nu.C_v(T - T_0) - M.g.h = 0$ .

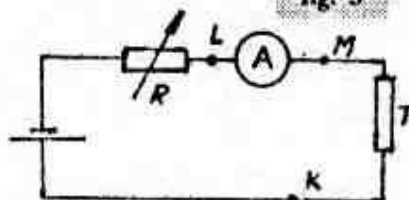
Exprimăm  $\nu$  ( $T - T_0$ ) și substituim în (1). Se va obține  $Mg.(H - h) = \frac{R}{C_v}Mgh$

Raportul  $\frac{R}{C_v} = \frac{C_p - C_v}{C_v} = \gamma - 1$ , astfel ultima ecuație în forma  $H - h = h(\gamma - 1)$ , de unde înălțimea căutată  $h = H/\gamma$ .

$$\text{Pentru aer } \gamma = \frac{1 + 2}{1} = \frac{7}{5}, \text{ deci } h = \frac{5}{7}H.$$

3. Un termopilonjon  $T$  este conectat la sursa de tensiune conform schemei (figura 3). Cu ajutorul reostatului este stabilit un curent de intensitate  $0,1$  A. Conectînd un rezistor între punctele  $K$  și  $L$ , ampermetrul indică  $0,05$  A. Dacă același rezistor este conectat între punctele  $K$  și  $M$ , ampermetrul indică  $0,3$  A. Determinați randamentul circuitului în cele trei cazuri. Rezistențele interne ale sursei și ampermetrului se vor neglija, rezistența termopilonjonului este constantă.

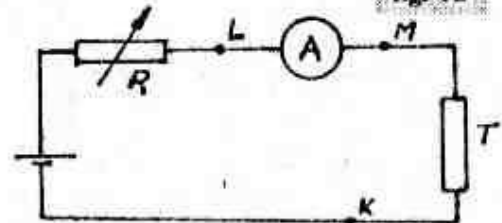
Fig. 3



R:

Rezistența internă a sursei de tensiune este nulă, deci în toate cele trei cazuri tensiunea la bornele ei ia una și aceeași valoare  $U$ . Deoarece rezistența ampermetrului este egală cu zero, cînd conectăm rezistorul de rezistență necunoscută  $R$  în punctele  $K$  și  $L$  sau în  $K$  și  $M$  (figura 3a) curenții în circuit rămîn aceeași.

Fig. 3a



Notăm valorile  $k$  după cum este indicat în figura 3b. Atunci ampermetrul în cazul rezistorului conectat

la punctele K și L indică curentul prin termoponjon  $I_1 = 0,05$  A, iar în cazul când rezistorul este conectat la punctele K și M ampermetrul indică curentul  $I = 0,3$  A.

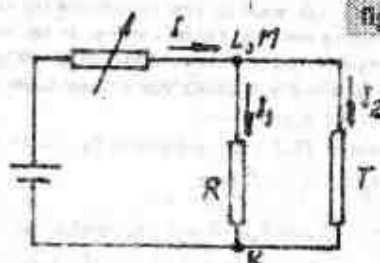


fig. 3 b

Notăm rezistența reostatului cu  $R_0$ , a termoponjonului - cu  $R_T$ . Exprimăm rezistențele  $R_0$  și  $R_T$  prin  $R$ . Evident, intensitatea  $I_1 = I$ ,  $I_2 = 0,25$  A.

Egalăm tensiunile  $I_1 R = I_2 R_T$ , de unde  $R_T = I_1 R / I_2 = 5 R$ .

Tensiunea  $U$  la bornele sursei de tensiune în primul caz este  $U = I_0 (R_0 + R_T)$ , iar în celelalte două cazuri

$$U = I \left( R_0 + \frac{R_T R}{R_T + R} \right)$$

Egalând aceste două expresii, obținem  $R_0 = 5 R / 4$ .

Acum trecem la determinarea randamentelor ca raportul puterii utile a termoponjonului la puterea totală dezvoltată în circuit.

În primul caz

$$\eta_1 = \frac{I_0^2 R_T}{I_0^2 (R_0 + R_T)} = \frac{20}{25} = 80\%$$

În cazul al doilea și al treilea, după cum reiese din observația de mai sus referitor la curenți, randamentele sînt egale.

Avem

$$\eta_2 = \frac{I_0^2 R_T}{I^2 \left( R_0 + \frac{R_T R}{R_T + R} \right)} = \frac{1}{15} = 6,7\%$$

4. Inductanța unui cadru din fir conductor subțire (figura 4 a) este egală cu  $L_1$ . Inductanța cadrului de sîrmă din figura 4 b este egală cu  $L_2$ . Să se determine inductanța cadrului din figura 4 c. Cadrele sînt confecționate din același fir. Cuburile au muchii de lungimi egale, firul conductor în figură fiind mai îngroșat.

fig. 4



a)

b)

c)

R:

Reprezentăm în figura 4-R un cub cu vîrfurile numerotate. Admitem că, curentul electric de intensitate  $I$  parcurge circuitul pătrat 12341. Notăm cu  $\Phi_0$  fluxul magnetic prin suprafața acestui pătrat, iar cu  $\Phi_v$  - fluxul magnetic prin suprafața pătratului vecin care are o latură comună cu cel ale cărui sîmî parcurse de curent electric (de exemplu, pătratul 12651 etc.). După cum se vede din aceeași figură fluxul  $\Phi_0$  este orientat spre interiorul cubului (liniile de inducție magnetice intră în cub), iar fluxul  $\Phi_v$  este orientat spre exteriorul cubului (liniile de inducție magnetice ies din el).

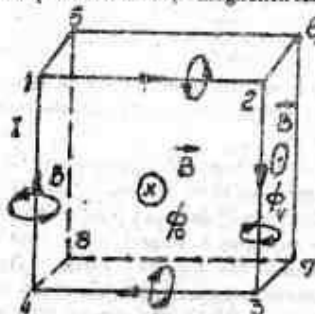


fig. 4-R

Considerăm pe rînd cele trei circuite vizate în problemă.

Primul circuit este un pătrat, de exemplu 12341. Fluxul magnetic prin suprafața lui este  $\Phi_0$ , deci inductanța  $L_1 = \Phi_0 / I$ .

Circuitul al doilea 1267341 crează un cîmp magnetic echivalent cu cel creat de două circuite pătrate 12341 și 26732, care cu o latură suplimentară comună 23 parcurse în sensuri opuse de același curent  $I$ . Fluxul cîmpului magnetic creat de un circuit pătrat prin suprafața circuitului 1267341 este  $(\Phi_0 - \Phi_v)$ , deci fluxul total prin această suprafață este  $2(\Phi_0 - \Phi_v)$ , iar inductanța  $L_2 = 2(\Phi_0 - \Phi_v) / I$ .

Acum considerăm circuitul 1237851, a cărui inductanță trebuie determinată: cîmpul magnetic creat de curentul ce-l parcurge este același ca și cîmpul magnetic creat de trei curenți ce parcurg trei circuite pătrate: 12341, 43784 și 48514. Ele au trei laturi suplimentare comune 41, 43 și 48 parcurse de același curent  $I$  în sensuri opuse.

Fluxul magnetic creat de un circuit de formă pătrată prin suprafața sa și suprafețele a două pătrate vecine este  $(\Phi_0 - 2 \Phi_v)$ . Deci fluxul magnetic total creat de curentul electric ce parcurge circuitul considerat este egal cu  $3(\Phi_0 - 2 \Phi_v)$ , iar inductanța lui

$$L_3 = 3(\Phi_0 - 2 \Phi_v) / I$$

Exprimînd inductanța  $L_3$  prin inductanțele date  $L_1$  și  $L_2$ , obținem  $L_3 = 3(L_2 - L_1)$ .

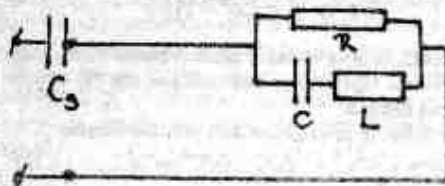
Prof.univ.dr. MIHAI MARINCIUC

Institutul Politehnic din Chișinău



## PROBLEME PROPUSE PENTRU OLIMPIADĂ

1. Se dă circuitul electric liniar de curent monofazat din figură, în care se cunosc  $C$ ,  $R$ ,  $L$  și  $C$ . Circuitul se alimentează la o tensiune alternativă sinusoidală de pulsație variabilă  $\omega \in (0, \infty)$ . Să se determine:



a) pulsația pentru care impedanța echivalentă a circuitului nu depinde de rezistența  $R$  a acestuia și valoarea impedanței în acest caz;

b) pulsația pentru care impedanța echivalentă a circuitului este infinită ca și când acesta ar funcționa în gol.

2. O bilă este lansată de la suprafața solului cu o anumită viteză inițială a cărei direcție face un anumit unghi  $\alpha \in (0, \pi/2)$  cu orizontala. Bila lovește normal un perete vertical și revine pe sol unde are loc o nouă ciocnire. Neglijând rezistența aerului și frecările și considerând același coeficient de elasticitate la ciocnire (coeficient de restituție) în cazul ambelor ciocniri, să se determine valoarea acestui coeficient astfel încât după a doua ciocnire bila să revină în punctul inițial de lansare.

(Rezolvările propuse vor fi publicate în numărul viitor)

Prof. ROMULUS ȘFICHI  
Suceava

3. Un electron liber se află în vid în câmpul unei unde electromagnetice plane, liniar polarizate, în care  $E = E_0 \cos \omega t$ . Neglijând influența câmpului magnetic și amortizarea, să se determine:

a) legea de mișcare a electronului;

b) raportul dintre puterea totală medie a radiației dipolare și intensitatea undei incidente.

Se vor folosi relațiile:  $P = \frac{\mu_0 e^2 a^2}{6\pi c}$  pentru puterea

totală radiată în toate direcțiile,  $a$  - accelerația particulei, și  $I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2$

Aplicație numerică:  $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$  kg;  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C;  $E_0 = 100$  V.m<sup>-1</sup>;  $\omega = 100 \cdot \pi$  rad.s<sup>-1</sup>;  $\epsilon_0 = 8.856 \cdot 10^{-12}$  F.m<sup>-1</sup>;  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  N.A<sup>2</sup>;  $c = 3 \cdot 10^8$  m.s<sup>-1</sup>;  $\pi = 3.14$ .

4. O undă electromagnetică cade la incidență nor-

mală pe o lamă cu fețe plan-paralele de grosime  $l$ . Lama este formată dintr-o substanță având  $\mu_r = 1$  și o dielectricitate electrică care scade de la valoarea  $\epsilon_1$  pe fața superioară și până la valoarea  $\epsilon_2$  pe fața inferioară, după legea:  $\epsilon = f(x)$ , unde  $x$  este distanța până la fața superioară. Care este timpul  $T$  necesar undei ca să străbată lama?

Cazuri particulare: a)  $f(x) = a \cdot e^{-kx}$ ; b)  $f(x) = a - bx$ ; c)  $f(x) = a/(x+b)$ .

5. Un corp punctiform de masă  $m$  și sarcină  $q$  oscilează în vid de-a lungul axei  $Ox$  după legea:  $x = A \sin \omega t$ . Să se determine:

a) intervalul de timp  $T$  după care amplitudinea lui scade de 2 ori, datorită pierderii de energie prin radiație, dacă puterea medie emisă în timp de o perioadă este dată de relația:

$$P = \frac{\mu_0 q^2 A^2 \omega^4}{12\pi c}$$

b) numărul de oscilații complete efectuate de corp în timpul  $T$ .

Aplicație numerică:  $m = 1 \cdot 10^{-30}$  kg;  $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C;  $A = 0.1$  nm;  $\omega = 6.5 \cdot 10^{14}$  rad.s<sup>-1</sup>;  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  N.A<sup>2</sup>;  $c = 3 \cdot 10^8$  m.s<sup>-1</sup>.

Prof. Luchian Dorina  
Iasi

## PREGĂTIREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT

Prof. ROMULUS ȘFICHI  
Suceava

Este cunoscut faptul că pentru a se încadra în materia parcurasă și la nivelul de tratare în liceu, problemele de fizică ce se propun la acest nivel, deseori, sînt puternic idealizate sub aspectul admiterii unor aproximații și restricții ce nu concordă riguros cu realitatea.

Asemenea idealizări se admit mai ales atunci cînd se dorește a se evita utilizarea unei instrumentații matematice prea complicate și care de cele mai multe ori depășește nivelul cunoștințelor rezolvitorilor.

Dar atunci cînd aceste cunoștințe nu sînt depășite, considerăm că nu este indicat să renunăm la rigurozitate, chiar și în cadrul problemelor destinate liceului.

Ne vom referi în cele ce urmează la exemplul unei probleme de electricitate, dată la examenul de bacalaureat din țara noastră, sesiunea iunie 1988.

Enunțul și soluția problemei au apărut în "revista de fizică și chimie" nr.9/1988 pag.376-378. Pentru a face

comentariul ce ne-am propus, vom reproduce esența problemelor:

La bornele unui circuit RLC serie cu  $L=5 \text{ mH}$  și  $R=20 \Omega$  se aplică o tensiune alternativă cu amplitudinea  $U_m=25 \text{ V}$  invariabilă la frecvențe diferite. Știind că pentru frecvența  $\nu=100 \text{ kHz}$  a tensiunii alternative, intensitatea curentului din circuit este maximă, să se determine:

- factorul de calitate al circuitului;
- capacitatea condensatorului și valoarea maximă a tensiunii la bornele acestuia;
- valorile capacității condensatorului pentru care circuitul RLC serie considerat poate deveni un circuit oscilant.

La prima vedere se constată că problema este una din categoria așa ziselor probleme de rutină și care se rezolvă prin aplicarea directă a unor relații de calcul cunoscute din teoria fenomenului de rezonanță a tensiunilor în circuitul RLC serie de curent alternativ sinusoidal. Vom interpreta însă cerința punctului b) din enunțul problemei care solicită, în condițiile date, determinarea valorii maxime a tensiunii la bornele condensatorului. Trebuie să reținem că este vorba de valoarea maximă a valorii efective a tensiunii la bornele condensatorului și nu de amplitudinea acestei tensiuni la frecvență constantă.

Este adevărat că și în manualul de fizică, pentru clasa a X-a și ca urmare și în cadrul soluționării acestei probleme se consideră că la rezonanță, când frecvența tensiunii de alimentare coincide cu frecvența proprie a circuitului, tensiunea la bornele condensatorului și, respectiv, a bobinei ideale sînt egale și de valori maxime. Și într-adevăr, la rezonanță, aceste tensiuni sînt egale și pot lua valori mult mai mari decît tensiunea de alimentare a circuitului dar că sînt și maxime, aceasta nu poate fi adevărat decît în anumite condiții de exprimare, așa cum va rezulta din cele ce urmează.

Așadar, potrivit enunțului, curentul din circuit este de valoare maximă la frecvența tensiunii de alimentare  $\nu=100 \text{ kHz}$  și deci:

$$I = I_{\max} \rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi\nu$$

Notăm aceste ecuații cu (1).

Tensiunea efectivă la bornele condensatorului este

$$U_c = X_c I = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

Această tensiune ( $U_c$ ) nu are valoarea maximă atunci când intensitatea curentului este maximă, adică la frecvența (respectiv pulsația) de rezonanță exprimată prin (1), așa cum se consideră în problema propusă și dată la examenul de bacalaureat, deoarece, așa cum se va vedea, funcția  $U_c(\omega)$  admite un maxim pentru o

altă pulsație pe care o vom nota cu  $\omega_*$ .

Folosind doar elemente de algebră vom dovedi temeinic această afirmație, deși fiind vorba de un examen de bacalaureat s-ar putea utiliza și elemente de analiză matematică (calcul diferențial) așa cum se procedează la nivelul studiilor universitare.

În acest scop, funcția  $U_c(\omega)$ , definită prin (2), o vom transcrie sub forma

$$U_c(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 C^2 + (LC\omega^2 - 1)^2}} \quad \omega \geq 0 \quad (3)$$

Deci  $U_c$  va avea valoarea maximă atunci când funcția polinomială bipătrată de sub radicalul din (3) va avea valoarea minimă.

Va trebui să determinăm deci minimul funcției

$$f(\omega) = L^2 C^2 \omega^4 - (2LC - R^2 C^2) \omega^2 + 1 \quad (4)$$

cu  $\omega \geq 0$ .

Făcînd substituția  $\omega^2 = y$ , funcția  $f(\omega)$  capătă forma unei funcții polinomiale de gradul doi:

$$f(y) = L^2 C^2 y^2 - (2LC - R^2 C^2) y + 1 \quad (5)$$

unde  $y \geq 0$ .

Deoarece  $(LC)^2 > 0$ ,  $f(y)$  are într-adevăr un minim atunci cînd  $y = y^* = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}$

Ca urmare  $f(\omega)$  are valoarea minimă atunci cînd

$$\begin{aligned} \omega^2 = y &\rightarrow \omega_* = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} = \\ &= \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{2L}} \quad (6) \end{aligned}$$

În care  $\omega_0$  este pulsația de rezonanță a circuitului exprimată prin (1).

Se constată deci că tensiunea la bornele condensatorului nu este maximă la pulsația (respectiv frecvența) de rezonanță ci la o pulsație (respectiv frecvență) mai mică:

$$\omega_* = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{2L}} < \omega_0$$

Avînd în vedere definiția impedanței caracteristice a circuitului și a factorului de calitate (supratensiune) a acestuia

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad q = \frac{Z_0}{R} \quad (7)$$

expresia pulsației (respectiv frecvenței), pentru care tensiunea la bornele condensatorului este maximă, capătă forma

$$\omega_* = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{Z_0}\right)^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2q^2}} \quad (8)$$

Astfel din (6) și din (8) rezultă evident că există o pulsație (respectiv frecvență) pentru care tensiunea la bornele condensatorului este maximă dacă

$$\frac{R^2 C}{2L} < 1 \text{ deci } R < \sqrt{2} Z_0 \text{ rezultă } q > 1/\sqrt{2} \quad (9)$$

În aceste condiții prin substituția (6), respectiv (8), în (3) se obține:

$$U_{\text{max}} = \frac{2LU}{RV\sqrt{LC} - R^2C} \quad (10)$$

$$\text{sau } U_{\text{max}} = \frac{qU}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2q}\right)^2}} \quad (11)$$

Într-adevăr la rezonanță, în situația în care  $R \ll Z_0$ , atunci  $q \gg 1$ , apar suprațensiuni la bornele bobinelor și condensatoarelor dar aceasta nu înseamnă că, în mod riguros, acestea sînt și maxime. Le putem însă considera maxime (așa cum se consideră în enunțul problemei și în manualul de fizică de clasă a X-a) numai în circuitele cu amortizare redusă (slab rezistive).

Într-adevăr din (6) rezultă că dacă

$$\frac{R^2C}{2L} \ll 1 \rightarrow R \ll \sqrt{2}Z_0 \rightarrow q \gg \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (12)$$

se poate aproxima  $\omega_r = \omega_0$  și ca urmare numai în acest caz putem afirma că la rezonanță  $U_C$  și  $U_L$  (tensiunea la bornele bobinei ideale) au valori maxime:

$$U_{\text{max}} = U_{\text{Lmax}} = \frac{U}{\cos \phi} = \frac{\omega_0 L U}{R} = qU \quad (13)$$

Comparînd (11) cu (13) se constată diferența valorilor maxime puse în discuție care confirmă faptul că valoarea maximă a tensiunii la bornele condensatorului nu are loc la frecvența (respectiv pulsația) de rezonanță.

Cititorul se poate convinge ușor de justetea raționamentelor făcute aici utilizînd valorile maxime ale problemei și care, într-adevăr, permit aproximarea

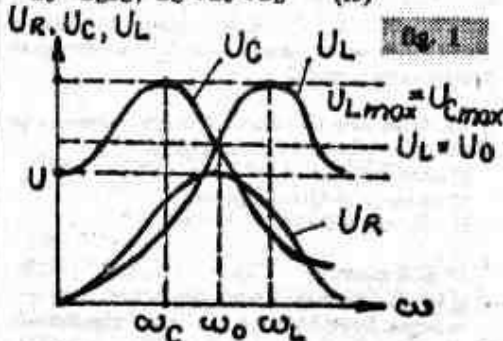
$$\omega_c \approx \omega_0 \text{ deci } \nu \approx \nu_0.$$

Un calcul elementar analog conduce la concluzia că pulsația (respectiv frecvența) pentru care  $U_L$  are valoarea maximă este

$$\omega_L = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1}{2q^2}}} \quad (14)$$

astfel că în mod riguros putem scrie

$$\omega_0^2 = \omega_L \omega_C, \quad \omega_C < \omega_0 < \omega_L \quad (15)$$



În condiția (14)  $U_{\text{Lmax}}$  are aceeași valoare cu  $U_{\text{Cmax}}$  dată prin (10) sau (11). Reprezentarea grafică a funcțiilor  $U_L(\omega)$  și  $U_C(\omega)$  redată în figura 1 este edificatoare din punctul de vedere al considerațiilor făcute.

În final, revenind la enunțul problemei pusă în discuție, considerăm că formularea corectă a cerinței punctului b) ar fi fost "să se determine tensiunea la bornele condensatorului" și nu "tensiunea maximă" la bornele acestui condensator.

Aceasta, evident, spre a nu crea confuzii și a dezoriente rezolvitorul în legătură cu căile corecte de soluționare ale problemei.

## PROBLEME PROPUSE

### FOTONII EMIȘI SAU ABSORBIȚI DE ATOMI

1. La tranziția între două nivele a atomului de hidrogen se emite o radiație cu lungimea de undă  $\lambda = 225/(16R)$  ( $R$  este constanta lui Rydberg). Să se calculeze în funcție de  $R$ ,  $e$ ,  $\epsilon_0$ ,  $h$ ,  $c$  razele celor două nivele între care are loc tranziția.

2. Înregistrînd fotografic spectrul ionilor de  $\text{He}^+$  obținut cu o rețea de difracție cu  $\lambda = 0,547 \mu\text{m}$ , s-a constatat că maximum de ordinul (1) al uneia din liniile celei de-a 3-a aerii corespunde unghiului de  $30^\circ$ . Să se determine numărul cuantic al nivelului de pe care se face tranziția. Se dau:  $R = 1,097373 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$  și  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

3. Un proton relativist de energie cinetică  $E_k$  a suferit o ciocnire elastică cu un proton în repaus (masa de repaus este  $m_0$ ). Ca rezultat, cei doi protoni au fost proiectați simetric în raport cu direcția inițială de mișcare. Să se calculeze unghiul dintre direcțiile de mișcare ale protonilor după ciocnire.

4. Doi protoni se deplasează unul contra celuilalt cu aceeași energie cinetică (în sistemul de referință inițial (S)).

1) Să se calculeze energia cinetică a unui proton în raport cu celălalt;

2) Să se studieze interacțiunea dintre doi protoni și traiectoriile lor după interacțiune, în cazurile cînd inițial traiectoriile celor 2 protoni sînt coliniare sau concurente făcînd unghiurile  $\alpha, \beta$  cu axa  $Ox$ .

3) Aceeași problemă pentru interacțiunea dintre un foton și un proton, un electron și un proton, un foton și un electron.

5. Pe o celulă fotoelectrică se aplică o tensiune de frînare  $U_f = 1,5 \text{ V}$ . Dacă potențialul de extracție al catodului este  $U_0 = 2,38 \text{ V}$ , să se afle:

a) lungimea de undă maximă a luminii pentru care se

înregistrează curent fotoelectric;

b) numărul fotoelectronilor emiși în unitatea de timp, când se iradiază catodul cu lumină de această lungime de undă, dacă puterea fasciculului incident este  $P=10$  mV și fiecare foton provoacă emisia unui electron;

c) lungimea de undă de Broglie a unui fotoelectron emis.

Se cunosc:  $h=6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s;  $e=-1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$  kg,  $c=3 \cdot 10^8$  m/s.

6. Să se scrie relațiile care leagă aspectul corpuscular și cel ondulatoriu ale fotonului, indicându-se semnificația mărimilor care intervin.

Prof. LUCHIAN DORINA

Licențiat internat "C.NEGRUZZI"

Iasi

## EXAMENE DE ADMITERE

### UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Septembrie 1992

#### F1

I. Un corp cu masa  $m_1=1$  kg având viteza inițială  $v_1=10$  m/s se deplasează pe orizontală cu frecare ( $\mu=0,1$ ). După ce parcurge 18 m ciocnește plastic o bilă de masă  $m_2=1$  kg aflată în repaus și suspendată de un fir cu lungimea  $l=1,6$  m. Să se afle:

- viteza corpului de masă  $m_1$  înainte de ciocniri;
- unghiul maxim pe care-l face firul cu verticala după ciocnire;
- perioada pendulului format din bilă și fir în condiții de izocronism. ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>)

II. Oxigenul dintr-o butelie de 166,2 l are la 27 °C o presiune de  $120 \cdot 10^3$  N/m<sup>2</sup>. Să se calculeze:

- masa de oxigen din butelie;
- cantitatea de oxigen consumată din butelie pînă în momentul în care presiunea devine  $30 \cdot 10^3$  N/m<sup>2</sup>;
- viteza termică a moleculelor de oxigen.

Se dau  $R=8310$  J/kmol.K și  $\mu=32$  kg/mol.

III. a) Două sfere conductoare avînd razele de 60 cm, respectiv 30 cm, sînt încărcate la 30 kV și respectiv 60 kV. Să se calculeze sarcinile electrice ale sferelor înainte și după atingerea lor.

b) un bec electric are puterea  $P=60$  W la tensiunea  $U=120$  V. să se determine intensitatea curentului absorbit de bec și rezistența acestuia. Ce valoare și cum trebuie legată o rezistență  $R_x$  într-un circuit cu becul dacă tensiunea de alimentare este  $U_1=220$  V pentru ca becul să consume aceeași putere?

IV. a) Să se enunțe legile dinamicii newtoniene;

b) Să se definească căldura specifică;

c) Să se scrie expresiile puterilor dintr-un circuit de curent alternativ.

V. Stabiliți unitățile de măsură pentru:

- lucrul mecanic și constanta atracției universale;
- coeficientul de dilatare termică liniară și coeficientul de tensiune superficială;

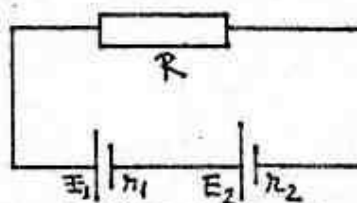
c) intensitatea câmpului electric și inducția câmpului magnetic.

#### F1C

I. Pe o suprafață orizontală se deplasează cu frecare un corp cu masa  $m=6$  kg; coeficientul de frecare fiind  $\mu=0,2$ , să se afle:

- valoarea forței orizontale ce deplasează corpul cu accelerația  $a=2,5$  m/s<sup>2</sup>;
- valoarea forței orizontale pentru care deplasarea corpului este uniformă;
- valoarea forței ce acționează după o direcție ce formează un unghi de 45° cu orizontala și îl deplasează uniform. ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>)

II.a)



Rezistența  $R=3 \Omega$  din figură este alimentată de sursele:  $E_1=3$  V;  $r_1=0,5 \Omega$  și  $E_2=10,5$  V;  $r_2=1 \Omega$ . Să se calculeze puterea disipată pe rezistorul R.

b) O sursă de curent alternativ cu tensiunea efectivă  $U=100$  V alimentează un circuit serie format dintr-un rezistor cu rezistența  $R=40 \Omega$  și un condensator cu capacitatea  $C=1 \cdot 10^{-3} / 3 \cdot \pi$  F. Intensitatea curentului în circuit are valoarea efectivă de 2 A. Să se determine frecvența generatorului.

III. Să se scrie formula de definiție și unitatea de măsură în sistemul internațional pentru:

- lucrul mecanic;
- constanta universală a gazelor;
- rezistența electrică.

IV. Să se enunțe:

- principiile mecanicii newtoniene;
- legea Boyle-Mariotte sau legea transformării izoterme;
- legea inducției electromagnetice a lui Faraday.



FC

FIZICA PENTRU COLEGII

1. a) să se deducă formula lui Galilei;
- b) Să se scrie legea lui Coulomb și să se precizeze denumirea mărimilor fizice care intervin;
- c) Să se scrie expresiile constantei universale a gazelor și a coeficientului de dilatare volumică al corpurilor și să se stabilească unitățile de măsură.

2. Să se calculeze:

- a) viteza inițială a unui corp care, aruncat pe verticală în sus, urcă la înălțimea  $h = 10$  m;
- b) viteza după ciocnirea plastică a două bile de mase  $m_1 = 0,2$  kg și  $m_2 = 0,3$  kg ce se deplasează în același sens cu vitezele  $v_1 = 3$  m/s respectiv  $v_2 = 2$  m/s;
- c) frecvența de oscilație a unui pendul gravitațional cu lungimea  $l = 39,2$  cm. ( $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>)

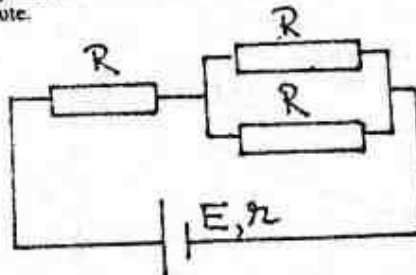
3. Într-un recipient de volum  $V = 60$  l se află hidrogen la presiunea  $p = 8 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> și temperatura  $t = 27^\circ\text{C}$ . Să se calculeze:

- a) masa de hidrogen din recipient;

- b) temperatura gazului după ce acesta absoarbe căldura  $Q = 2 \cdot 10^4$  J;
- c) viteza termică a moleculelor în starea inițială. ( $R = 8,310$  J/mol.K,  $C_v = 5 \cdot R/2$ ,  $\mu = 2$  kg/kmol)

4. Trei rezistoare identice având  $R = 10 \Omega$  sînt conectate ca în figură la o baterie avînd  $E = 6$  V și  $r = 1 \Omega$ . Să se afle:

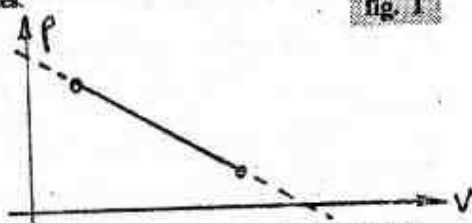
- a) tensiunile la bornele rezistoarelor;
- b) puterea disipată de fiecare element al circuitului;
- c) sarcina electrică transportată prin baterie în două minute.



## O TRANSFORMARE CU CÎNTEC

Prof. Arici Liviu  
Brăila

Fie transformarea reprezentată grafic în coordonate  $(p, V)$ , din figura 1. Presupunem că un gaz ideal avînd exponentul adiabatic  $\gamma = C_p/C_v$  cunoscut, parcurge această transformare. Ne propunem să analizăm ce se întîmplă cu căldura molară a gazului într-un asemenea proces.



Se știe că căldura molară este definită prin relația

$$C = \delta Q / \nu dT$$

unde  $\delta Q = dU + \delta L$  (principiul I al termodinamicii), iar

$$dU = i \cdot \nu \cdot R \cdot dT / 2 = \nu \cdot R \cdot dT / (\gamma - 1).$$

Ecuatia dreptei este  $p = a \cdot V + b$  unde  $a = -p_0/V_0$  și  $b = p_0$ .

$$\text{Deci } p = -p_0 \cdot V/V_0 + p_0.$$

Calculăm lucrul mecanic

$$\delta L = p \cdot dV = (a \cdot V + b) dV = (-p_0 \cdot V/V_0 + p_0) dV = p_0 (1 - V/V_0) dV$$

Diferențiind ecuația de stare, obținem

$$p \cdot dV + V \cdot dp = \nu \cdot R \cdot dT$$

Iar din ecuația dreptei rezultă  $dp = a \cdot dV$

$$\text{Deci } p \cdot dV + V \cdot a \cdot dV = \nu \cdot R \cdot dT$$

$$dV(p + a \cdot V) = \nu \cdot R \cdot dT$$

$$dV(aV + b + aV) = \nu \cdot R \cdot dT$$

$$dV = \frac{\nu R dT}{2aV + b} = \frac{\nu R dT}{-\frac{2p_0}{V_0}V + p_0} = \frac{\nu R dT}{p_0(1 - \frac{2V}{V_0})}$$

Deci lucrul mecanic va fi

$$\delta L = p_0 \left(1 - \frac{V}{V_0}\right) \frac{\nu R dT}{p_0(1 - \frac{2V}{V_0})} = \nu R \frac{1 - \frac{V}{V_0}}{1 - \frac{2V}{V_0}} dT$$

Înlocuind în ecuația principiului I, rezultă

$$\delta Q = \nu R \left( \frac{1}{\gamma - 1} + \frac{1 - \frac{V}{V_0}}{1 - \frac{2V}{V_0}} \right) dT$$

de unde

$$C = \delta Q / \nu dT = R \left( \frac{1}{\gamma - 1} + \frac{1 - \frac{V}{V_0}}{1 - \frac{2V}{V_0}} \right)$$

Așadar

$$C = R \frac{\gamma - \frac{V}{V_0}(\gamma + 1)}{(\gamma - 1) \left(1 - \frac{2V}{V_0}\right)}$$

Se observă că, căldura acelară depinde de volum, deci în fiecare punct de pe transformare va avea altă valoare.

Pentru reprezentare grafică, calculăm

- intersecțiile cu axele  $V=0 \Rightarrow C = \frac{\gamma R}{\gamma-1}$

$$C=0 \Rightarrow V = \frac{\gamma V_0}{\gamma+1}$$

- asimptotă verticală pentru  $V = V_0/2$

- derivata  $C'(V) = \frac{\gamma R}{V_0 \left(1 - \frac{2V}{V_0}\right)^2} > 0$

(pe tot intervalul,  $C(V)$  crește)

Graficul este:

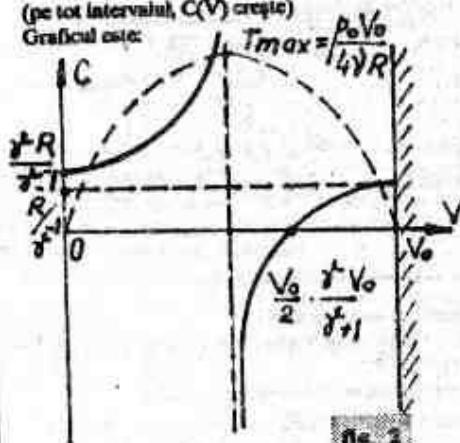


Fig. 2

Curba punctată de pe grafic reprezintă variația temperaturii pe parcursul transformării, care atinge un maxim  $T_{max} = p_0 V_0 / 4 \cdot \gamma \cdot R$ , pentru  $V = V_0/2$ .

Concluzii:

- Pe intervalul  $V \in (0, V_0/2)$ ,  $C > 0$ ,  $\Delta T > 0$  ( $T$  crește), deci  $Q = \gamma \cdot C \cdot \Delta T > 0$ , adică gazul primește căldură;

- Pe intervalul  $V \in \left(\frac{V_0}{2}, \frac{\gamma V_0}{\gamma+1}\right)$ ,  $C < 0$ ,  $\Delta T < 0$  ( $T$  scade), deci  $Q = \gamma \cdot C \cdot \Delta T < 0$ , adică gazul de asemenea primește căldură;

- Pe intervalul  $V \in \left(\frac{\gamma V_0}{\gamma+1}, V_0\right)$ ,  $C > 0$ ,  $\Delta T < 0$  ( $T$  scade), deci  $Q = \gamma \cdot C \cdot \Delta T < 0$ , adică gazul cedează căldură.

Deci, atenție, deoarece pe o porțiune a transformării  $C$ , punctul în care gazul începe să cedeze căldură nu coincide cu punctul în care temperatura începe să scadă. Pe intervalul  $V \in \left(\frac{V_0}{2}, \frac{\gamma V_0}{\gamma+1}\right)$

gazul primește căldură, dar temperatura scade. Aceasta înseamnă că el efectuează lucru mecanic consumând și din energia internă proprie.

În aceste condiții, punctul d) al problemei 9, pag. 16 din "Evrika" nr. 3(27), 1992, trebuie revizuit.

## PROBLEME PROPUSE PENTRU LICEU

CLASA a IX-a

### Miscarea circulară uniformă, forțe elastice, atracție universală

1. Un corp cu masa  $m=0,1$  kg legat printr-un fir lung de  $0,5$  m este rotit circular uniform într-un plan vertical cu frecvența  $\nu = 90$  rot/minut. Se cere:

- viteza unghiulară și tangențială;
- tensiunea minimă și maximă din fir;
- frecvența minimă de rotație pentru care corpul poate descrie cercul.

(9,42 rad/s; 4,71 m/s; 3,43 N; 5,43 N; 0,71 rot/s)

2. Un corp cu masa  $m=0,2$  kg legat de un fir lung de  $1$  m descrie un cerc în plan orizontal. Se cere:

- frecvența de rotație a corpului pentru ca firul să formeze unghiul  $\alpha = 30^\circ$  cu verticala;
- tensiunea din fir.

(0,54 rot/s; 2,31 N)

3. Un corp cu masa  $m=0,1$  kg este rotit circular uniform într-un plan vertical. Se cere frecvența de rotație și lungimea firului dacă tensiunea minimă din fir este  $2,54$  N și cea maximă  $4,94$  N.

(1 rot/s; 1 m)

4. Un autoturism cu masa de  $800$  kg și distanța dintre roți  $1,2$  m se deplasează circular uniform cu viteza de  $72$  km/h pe o traiectorie cu raza medie de  $80$  m. Se cere:

- forța centrifugă ce se exercită asupra autoturismului;
- vitezele tangențiale ale roților interioare și exterioare;
- vitezele unghiulare ale acestor roți dacă diametrul roții este  $0,6$  m;
- la ce interval de timp roata exterioară face o rotație în plus față de cea interioară.

(4 kN; 19,85 m/s; 20,15 m/s; 66,16 rot/s; 67,16 rot/s;  $2 \cdot \pi$  s)

5. Doi cicliști se mișcă circular uniform pe două traiectorii circulare concenrice de lungimi  $l_1=360$  m și  $l_2=400$  m. Cînd merg în același sens se află pe aceeași rază în fiecare  $4$  minute, iar cînd merg în sens contrar se află la extremitățile unui diametru comun la fiecare  $24$  secunde. Se cere:

- vitezele celor doi cicliști;
- perioadele de rotație.

(8,25 m/s; 7,5 m/s; 274 s; 335 s)

6. Într-un vehicul se află suspendată o bilă de un fir. Într-o curbă unde viteza vehiculului este 60 km/h firul este deviat cu  $30^\circ$  față de verticală. Care este raza curbei. (48 m)

7. Într-o curbă cu raza de 100 m șoseaua este supraînălțată cu un unghi  $\alpha = 15^\circ$  permițând creșterea vitezei la valoarea maximă de 72 km/h. Se cere:

- a) coeficientul de frecare pentru a împiedica deraparea;
- b) viteza minimă de deplasare în curbă. (0,092; 55 km/h)

8. Un corp cu masa  $m=0,05$  kg este legat printr-un fir elastic de constantă  $k=50$  N/m și lung de 80 cm. Corpul se rotește pe un plan orizontal fără frecare. Se cere:

- a) frecvența de rotație pentru care firul se alungește cu 5%;
- b) viteza corpului și accelerația centripetă;
- c) pentru ce frecvență de rotație firul se rupe dacă el rezistă la o tensiune de 22,5 N. (1,1 rot/s; 5,8 m/s; 40 m/s<sup>2</sup>; 3 rot/s)

9. Arcurile unui camion cu masa de  $m=6$  t presupuse identice se comprimă cu  $\Delta l_1=9,68$  cm, când se deplasează cu viteza de 54 km/h pe un pod convex cu raza de 100 m și cu  $\Delta l_2=15,31$  cm, pe un pod concav de aceeași rază și cu aceeași viteză. Se cere:

- a) constanta elastică a resorturilor;
- b) cu cât se comprimă resorturile pe o suprafață plană. (12,10<sup>4</sup> N/m; 12,5 cm)

10. La marginea unui disc cu rază  $r_1=1$  m se află o tijă verticală de care este prins un fir de oțel lung de 0,8 m și secțiune de 1 mm<sup>2</sup> de care este atârnat un corp cu masa de 1 kg. Discul este pus în mișcare de rotație în jurul unei axe verticale ce trece prin centrul său până când firul face unghiul  $\alpha=60^\circ$  cu verticala. Se cere:

- a) frecvența de rotație a discului;
- b) tensiunea din fir;
- c) alungirea firului dacă  $E=2 \cdot 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>. (0,509 rot/s; 20 N; 8,10<sup>-5</sup> m)

11. Într-o sferă cu raza  $R=30$  cm se află corpuri mici. Sfera se rotește în jurul unui diametru vertical cu frecvența de o rotație pe secundă. La ce înălțime față de partea inferioară a sferei se vor afla corpurile. (5 cm)

12. O planetă cu masa  $m=10^{23}$  kg are raza  $R=640$  km. Cunoștând  $k=6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>. Se cere:

- a) accelerația gravitațională la suprafața planetei;

b) intensitatea câmpului gravitațional creat de planetă la distanța de 100 km de ea;

c) la ce distanță de planetă accelerația gravitațională se reduce la jumătate. (16,28 m/s<sup>2</sup>; 12,18 N/kg; 268 Km)

13. Planeta din problema precedentă se află la distanța  $d=5 \cdot 10^5$  km de o altă planetă cu masa  $m_2=5 \cdot 10^{25}$  kg și raza 5000 km. Se cere:

- a) forța de atracție dintre planete;
- b) accelerația gravitațională la suprafața celei de-a doua planete;
- c) intensitatea câmpului gravitațional la jumătatea distanței dintre planete;
- d) la ce distanță câmpul gravitațional este nul. (1,33 · 10<sup>21</sup> N; 133,4 m/s<sup>2</sup>; 0,053 N/kg; 21,4 · 10<sup>5</sup> km)

14. Determinați la ce înălțime deasupra Pământului accelerația gravitațională se reduce la 3/4 din accelerația gravitațională la suprafața acestuia, dacă se consideră  $R=6400$  km. Determinați accelerația gravitațională la suprafața altei planete a cărei masă este  $k=0,85$  din masa Pământului, iar raza cu  $f=18\%$  mai mică decât raza Pământului. (999 km; 12,64 m/s<sup>2</sup>)

15. Un satelit artificial lansat la o înălțime medie de 510 km deasupra Pământului are o perioadă de rotație  $T=99$  minute. Determinați masa Pământului. (4,94 · 10<sup>24</sup> kg)

Prof. BORȘ IOAN  
Brăila

## ENERGIA MECANICĂ

1. O forță  $F=20$  N acționează timp de 10 s asupra unui corp cu masa de  $m=5$  kg, iar alături în repaus. Forța formează cu orizontala unghiul de  $60^\circ$ , coeficientul de frecare dintre corp și suprafață este  $\mu=0,1$ . Să se determine:

- a) lucrul mecanic al forței;
- b) puterea dezvoltată;
- c) spațiul parcurs până la oprire, din momentul încetării acțiunii forței. ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>)  
R.:  $L=2230$  J;  $P=223$  W;  $x=994,58$  m

2. Un corp cu masa  $m=5$  kg este acționat de o forță  $F$  ce formează cu direcția orizontală unghiul de  $30^\circ$ . Accelerația cu care se mișcă corpul este  $a=1,5$  m/s<sup>2</sup>, iar coeficientul de frecare  $\mu=0,1$ . Corpul se află inițial în repaus, iar forța acționează timp de 20 s. Să se determine:

- a) valoarea forței  $F$ ;
- b) lucrul mecanic al forței;
- c) lucrul mecanic al forței de frecare pe toată durata mișcării corpului. ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>)  
R.:  $F=13,6$  N;  $L=2040\sqrt{3}$  J;  $L_f=3750$  J.

3. Un corp cu masa de 1 kg este deplasat pe o suprafață orizontală cu viteză constantă  $v=2$  m/s, consumându-se lucru mecanic  $L=20$  J. Coeficientul de frecare este  $\mu=0,1$ . Determinați tipul și acțiunea forței asupra corpului.

R:  $t=10$  s.

4. Pentru a ridica un corp accelerat la o înălțime oarecare se cheltuiește un lucru mecanic de  $n$  ori mai mare decât atunci când acționează asupra sub un anumit unghi, deplasând corpul pe aceeași distanță. Determinați unghiul format de direcția forței cu orizontala.

R:  $\alpha=g(n-1)$

5. O forță  $F$  acționând asupra unui corp după o direcție orizontală produce un lucru mecanic de 4 ori mai mare, decât atunci când acționează asupra sub un anumit unghi, deplasând corpul pe aceeași distanță. Determinați unghiul format de direcția forței cu orizontala.

R:  $\cos^2 \alpha = L_2/L_1$ ,  $\alpha=60^\circ$ .

6. Un corp cu masa  $m=2$  kg este lansat pe o suprafață orizontală cu viteză inițială  $v_0=20$  m/s.

Coeficientul de frecare este  $\mu=0,1$ . Determinați puterea consumată  $P$  la oprire.

R:  $P=20$  W

7. Oprind motorul unui vehicul, acesta se oprește sub acțiunea frecării. Determinați raportul dintre energia cinetică inițială și energia elastică la momentul  $t$  egal cu un sfert din timpul de oprire.

R:  $E_0/E=16/9$

8. Cunoștând accelerația la coborâre a unui corp pe un plan înclinat  $a_c$  și accelerația cu care urcă același corp lansat de jos în sus de-a lungul planului  $a_u$ , determinați expresia randamentului planului înclinat.

R:  $\eta=(a_c+a_u)/2a_c$

9. Determinați unghiul unui plan înclinat de coeficient de frecare  $\mu=\sqrt{3}/3$ , astfel ca lucrul mecanic cheltuit pentru a urca un corp cu viteză constantă pe acest plan să fie egală cu energia potențială a acelui corp aflat la o înălțime egală cu lungimea planului.

R:  $\alpha=30^\circ$

Prof. EMILIAN MICU  
Brăila

## CLASA a X-a

### Cîmpul electrostatic Breviar

#### 1.1. Legea lui Coulomb

Două corpuri punctiforme, cu sarcinile electrice  $Q_1$ , respectiv  $Q_2$ , aflate într-un mediu omogen și izotrop la distanța  $r$  dintre ele, acționează pe direcția dreptei care le unește, cu forțe ale căror modul este direct proporțional cu sarcinile electrice și invers proporțional cu pătratul distanței dintre ele:

$$F = |Q_1| |Q_2| / (4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2) = 9 \cdot 10^9 |Q_1| |Q_2| / \epsilon_r r^2$$

unde  $\epsilon_0$  este permitivitatea electrică (absolută) a vidului,  $\epsilon_r$  este permitivitatea relativă a mediului omogen și izotrop în care se află cele două corpuri punctiforme; pentru vid și aer  $\epsilon_r=1$ .

Dacă în același mediu omogen și izotrop se află mai mult de două corpuri punctiforme electrizate, un corp interacționează cu un alt corp independent de prezența celorlalte corpuri, forța rezultantă fiind suma vectorială a forțelor care acționează la un moment dat asupra unui corp electrizat.

#### 1.2. Intensitatea cîmpului electrostatic

Corpurile pot interacționa direct, venind în contact sau la distanță, suportul material al interacțiunilor la distanță.

Corpurile electrizate aflate în repaus interacționează la distanță. Deci, în jurul unui corp cu sarcină electrică, aflat în repaus, există un cîmp fizic numit cîmp electrostatic.

Cîmpul electrostatic, într-un punct al acestuia este caracterizat de o mărime vectorială, intensitatea cîmpului electrostatic  $\vec{E}$  și de o mărime scalară, potențialul electrostatic  $V$ .

La distanța  $r$  de un corp punctiform, cu sarcină electrică  $Q$ , intensitatea cîmpului electrostatic este un vector definit prin produsul  $\vec{E}=(1/q)\vec{F}$ , unde  $\vec{F}$  este forța cu care corpul punctiform cu sarcină electrică  $Q$  ar acționa asupra unui alt corp punctiform, cu sarcină electrică pozitivă  $q$ , numit corp de probă, dacă s-ar afla în acel punct.

Dacă în același mediu omogen și izotrop se află în repaus mai mult de două corpuri punctiforme, electrizate, fiecare este înconjurat de propriul cîmp electrostatic, a cărui intensitate într-un punct este independentă de prezența celorlalte corpuri.

Cîmpul electrostatic resultant va avea în orice punct intensitatea egală cu suma vectorială a intensităților cîmpurilor electrostatice generate în acel punct de către fiecare punct electrizat.



Linia tangentă în fiecare punct al câmpului electrostatic rezultant la vectorul intensitate a câmpului electrostatic și având sensul acestuia se numește linie de câmp.

Câmpul electrostatic în care vectorul intensitate este constant,  $\vec{E} = \text{const.}$ , cu linii de câmp paralele și echidistante este numit câmp uniform. Într-un câmp electrostatic uniform, asupra unui corp punctiform cu sarcina electrică  $q$  va acționa o forță electrică constantă  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ , pe direcția liniilor de câmp și în sensul acestora, dacă  $q > 0$  sau în sensul opus, dacă  $q < 0$ .

### 1.3. Potențialul electrostatic

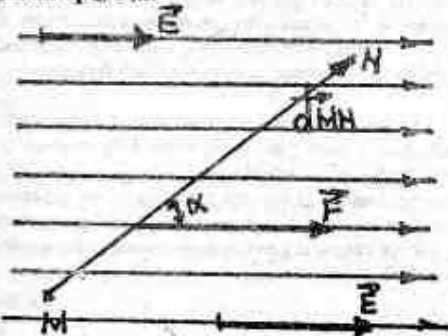
La distanța  $r$  de un corp punctiform cu sarcina electrică  $Q$ , aflat în repaus, potențialul electrostatic are valoarea numeric egală cu  $v = 9 \cdot 10^9 \cdot Q / \epsilon \cdot r$ ,  $r = E_r$ .

Tensiunea electrostatică  $U_{MN}$  dintre două puncte  $M$  și  $N$  aflate la distanțele  $r_M$  respectiv  $r_N$  de corpul punctiform cu sarcina electrică  $Q$  care generează câmpul electrostatic, este egală cu diferențele potențialelor electrostatice dintre cele două puncte,  $U_{MN} = V_M - V_N$  și numeric egală cu lucrul mecanic efectuat de forțele electrice la deplasarea corpului punctiform cu sarcina electrică  $q = 1$  C între cele două puncte,  $U_{MN} = L_{MN}/q$ , deci  $L_{MN} = q \cdot U_{MN} = q(V_M - V_N) = 9 \cdot 10^9 \cdot q \cdot Q / \epsilon \cdot r_M - 9 \cdot 10^9 \cdot q \cdot Q / \epsilon \cdot r_N$ .

Deoarece lucrul mecanic al forțelor electrostatice al forțelor electrostatice depinde numai de poziția inițială și de poziția finală a corpurilor electrizate, forțele sînt conservative, deci câmpul electrostatic al sistemului celor două corpuri punctiforme electrizate are energie potențială.

Lucrul mecanic al forțelor conservative este egal cu variația energiei potențiale a sistemului fizic cu semn schimbat:  $L_{MN} = -(E_{pN} - E_{pM}) = E_{pM} - E_{pN}$ , deci  $E_{pM} = 9 \cdot 10^9 \cdot q \cdot Q / \epsilon \cdot r_M$  și  $E_{pN} = 9 \cdot 10^9 \cdot q \cdot Q / \epsilon \cdot r_N$ .

Sistemul fiind alcătuit din două corpuri punctiforme, cu sarcinile electrice  $Q$ , respectiv  $q$  aflate într-un mediu omogen și izotrop, la distanța  $r$  între ele, are energie potențială electrostatică cu valoarea numeric egală cu  $E_p = 9 \cdot 10^9 \cdot q \cdot Q / \epsilon \cdot r$ .

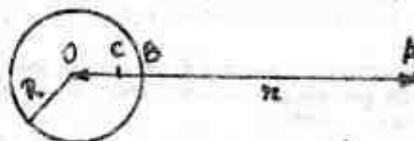


Într-un câmp electrostatic uniform, între două puncte  $M$  și  $N$  ale aceleiași, tensiunea electrostatică este  $U_{MN} = L_{MN}/q$ . Lucrul mecanic efectuat de forța electrostatică la deplasarea corpului punctiform cu sarcina electrică  $q$ , pe distanța  $d_{MN}$  este  $L_{MN} = \vec{F} \cdot \vec{d}_{MN} = F \cdot d_{MN} \cdot \cos \alpha$ , unde  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$  și  $\alpha$  este unghiul format de direcțiile vectorilor forță  $\vec{F}$  și deplasare  $\vec{d}_{MN}$ . Deci  $L_{MN} = q \cdot E \cdot d_{MN} \cdot \cos \alpha = q \cdot U_{MN}$  și  $U_{MN} = E \cdot d_{MN} \cdot \cos \alpha$ .

### 1.4. Conductor izolat electrizat

Conductorul electrizat și izolat electric de alte corpuri conductoare este o sferă metalică, aflată în vid, de rază  $R$ , sarcina electrică  $Q$  fiind uniform distribuită numai pe suprafața sa exterioară.

Intensitatea câmpului electrostatic și potențialul electrostatic în punctele aflate în exteriorul sau la suprafața sferei metalice se determină ca și cum întreaga sarcină electrică  $Q$  ar fi concentrată în centrul sferei. Deci  $E_A = 9 \cdot 10^9 \cdot Q / r^2$ ,  $V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot Q / r$  și  $E_B = 9 \cdot 10^9 \cdot Q / R^2$ ,  $V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot Q / R$ .



În interiorul sferei metalice, în orice punct, intensitatea câmpului electrostatic este zero și potențialul electrostatic este egal cu cel de la suprafața sferei. Deci  $E_C = 0$  și  $V_C = V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot Q / R$ .

Capacitatea electrică a sferei metalice electrizate este  $C = Q/V_B = R / 9 \cdot 10^9 = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R$ .

Lucrul mecanic efectuat pentru electrizarea sferei se regăsește sub formă de energie a câmpului electrostatic ce înconjoară sfera:  $W = Q^2 / 2C = 9 \cdot 10^9 \cdot Q^2 / 2R$ .

### 1.5. Condensatorul plan

Capacitatea electrică a condensatorului plan are valoarea numeric egală cu  $C = Q/U_0 = \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S/d$ , unde  $\epsilon$  este permitivitatea relativă a dielectricului dintre armăturile ale căror suprafețe comune de arie  $S$  se află la distanța  $d$  și la o tensiune constantă  $U_0$ .

Câmpul electric între armăturile condensatorului plan poate fi considerat uniform,  $\vec{E} = \text{const.}$  și  $E = U_0/d$ . Energia câmpului electric dintre armăturile condensatorului are expresia  $W = C \cdot U_0^2 / 2 = Q^2 / 2C = Q \cdot U_0 / 2$ .

Dacă unui condensator, menținut conectat la tensiunea constantă  $U_0$ , i se modifică capacitatea electrică, atunci i se modifică sarcina electrică de pe armături și energia câmpului electric dintre armături:  $\Delta W = C_1 U_0 / 2 - C_2 U_0 / 2$ .

Dacă unui condensator, după ce a fost deconectat de la tensiunea constantă  $U_0$ , i se modifică capacitatea electrică, atunci i se modifică tensiunea electrică și energia câmpului electric dintre armături, dar se menține constantă sarcina electrică de pe armături:  $\Delta W = Q^2 / 2C_1 - Q^2 / 2C_2$ .

## PROBLEME PROPUSE

1.1. În vîrfurile unui hexagon situat în aer, cu latura  $a = 30$  cm se află cîte un corp punctiform, trei cu sarcina electrică  $Q = 4 \mu\text{C}$ . În centrul O al hexagonului se află un alt corp punctiform cu sarcina electrică  $q = -1 \mu\text{C}$ .

Reprezentați geometric și determinați valorile numerice posibile ale rezultantei forțelor asupra corpului din centrul hexagonului.

1.2. În vîrfurile unui hexagon situat în aer, cu latura  $a = 30$  cm, se află cîte un corp punctiform, trei cu sarcina electrică  $Q = 4$  nC și trei cu sarcina electrică  $Q' = -2$  nC.

Reprezentați geometric și determinați valorile numerice posibile ale intensității câmpului electric în centrul hexagonului.

Ce valoare are potențialul electric în centrul hexagonului?

1.3. În vîrfurile A, B și C ale unui triunghi echilateral, situat în aer  $a = 30$  cm se află cîte un corp cu sarcina electrică  $Q_1 = -2 \mu\text{C}$ , respectiv  $Q_2 = Q_3 = 2 \mu\text{C}$ . În centrul O al triunghiului se află un corp punctiform cu sarcina electrică  $q = -0,5 \mu\text{C}$ .

Reprezentați geometric și determinați valorile numerice ale rezultatelor forțelor ce acționează asupra fiecărui corp electrizat.

1.4. În vîrfurile A, B, C ale unui triunghi echilateral situat în aer, cu latura  $a = 30$  cm se află cîte un corp punctiform cu sarcina electrică  $Q_1 = 2$  nC, respectiv  $Q_2 = Q_3 = 2$  nC.

Reprezentați geometric și determinați valorile numerice ale intensității câmpului electric în centrul triunghiului și în punctele situate la mijlocul laturilor sale.

1.5. În vîrfurile A, B, C ale unui triunghi echilateral situat în aer, cu latura  $a = 30$  cm se află cîte un corp punctiform cu sarcina electrică  $Q_1 = -2$  nC, respectiv  $Q_2 = Q_3 = 3$  nC. Ce lucru mecanic efectuează forțele câmpului electric sau forțele externe la deplasarea unui

corp punctiform cu sarcina  $q = 1 \mu\text{C}$ , din centrul triunghiului la mijlocul uneia din laturile sale?

1.6. Două corpuri punctiforme A și B cu sarcinile electrice  $+q_A$ , respectiv  $q_B = \pm 4q_A$  se află în aer la distanța  $d$  unul de celălalt. Ce valoare are raportul potențialelor electrice în punctele de pe dreapta AB unde intensitatea câmpului electric este nulă?

1.7. Două corpuri punctiforme A și B cu sarcinile electrice  $+q_A$ , respectiv  $q_B = -2q_A$  se află în aer la distanța  $d$  unul de celălalt. Care este raportul valorilor numerice ale intensității câmpului electric în punctele de pe dreapta AB unde potențialul electric este nul?

1.8. Două corpuri punctiforme cu sarcina electrică  $Q = +2 \mu\text{C}$  se află în aer la distanța  $a = 30$  cm unul de celălalt și  $b = 15$  cm de o placă metalică legată la pămînt.

Reprezentați geometric și determinați valorile numerice ale forțelor asupra fiecărui corp electrizat.

1.9. Două sfere metalice cu razele  $R_1$ , respectiv  $R_2$ , electrizate cu sarcinile  $+Q_1$ , respectiv  $Q_2$ , situate în aer, la distanță mare unul de celălalt, sînt puse în legătură printr-un fir conductor. Ce expresie analitică are căldura degajată în firul de legătură?

1.10. Două sfere metalice avînd razele  $R_1$ , respectiv  $R_2$ , electrizate cu sarcinile electrice  $+Q_1$ , respectiv  $-Q_2$ ,  $Q_1 > |Q_2|$  situate în aer, la distanță mare unul de altul sînt puse în legătură printr-un fir conductor. Ce expresie analitică are căldura degajată în firul de legătură?

1.11. Trei sfere metalice, concentrice, cu pereții subțiri au razele  $R_1 < R_2 < R_3$ . Dacă una dintre sfere este legată la pămînt, celelalte două fiind încărcate simultan cu sarcini electrice egale și pozitive, ce valoare are potențialul electric al fiecărei sfere?

1.12. Un condensator plan cu aer are distanța dintre armături  $d_1$  și este conectat la o sursă de tensiune constantă  $U_0$ . Menținîndu-se conectat la sursa de tensiune, distanța dintre armăturile condensatorului devine  $d_2$  care este raportul dintre energia finală și cea inițială ale câmpului electric dintre armăturile condensatorului?

1.13. Un condensator plan are distanța dintre armături  $d_1$  și este conectat la o sursă de tensiune  $U_0$ . După încărcare, condensatorul este deconectat de la sursa de tensiune și distanța dintre armături devine  $d_2$ . Care este raportul dintre tensiunea finală și tensiunea inițială ale câmpului electric dintre armăturile condensatorului?

1.14. Două condensatoare plane cu aer, având capacitățile electrice  $C_1$ , respectiv  $C_2$  sînt grupate în serie și conectate la o sursă de tensiune constantă  $U_0$ . Menținându-se conectate la sursa de tensiune între armăturile condensatorului  $C_2$  se introduce un dielectric cu permitivitatea relativă  $\epsilon_r$ , care completează spațiul dintre armături. Care este raportul dintre energia finală și cea inițială ale câmpului electric dintre armăturile condensatoarelor?

1.15. Două condensatoare plane cu aer, având capacitățile electrice  $C_1$ , respectiv  $C_2$  sînt grupate în serie și conectate la o sursă de tensiune constantă  $U_0$ . După încărcare, condensatoarele sînt deconectate de la sursa de tensiune și între armăturile condensatorului  $C_2$  se introduce un dielectric cu permitivitate relativă  $\epsilon_r$ , care completează spațiul dintre armături. Care este raportul dintre energia finală și cea inițială ale câmpului electric dintre armăturile condensatoarelor?

1.16. Două condensatoare plane cu aer, având capacitățile electrice  $C_1$ , respectiv  $C_2$  sînt grupate în paralel și conectate la o sursă de tensiune constantă  $U_0$ . Menținându-se conectate la sursa de tensiune, între armăturile condensatorului  $C_2$  se introduce un dielectric cu permitivitatea relativă  $\epsilon_r$ , care completează spațiul dintre armături. Care este raportul direct dintre energia finală și cea inițială ale câmpului electric dintre armăturile condensatoarelor?

1.17. Două condensatoare plane cu aer, având capacitățile electrice  $C_1$ , respectiv  $C_2$  sînt grupate în paralel și conectate la o sursă de tensiune constantă  $U_0$ . După încărcare, condensatoarele sînt deconectate de la sursa de tensiune și între armăturile  $C_2$  se introduce un dielectric cu permitivitatea relativă  $\epsilon_r$ , care completează spațiul dintre armături. Care este raportul direct dintre energia finală și cea inițială ale câmpului electric dintre armăturile condensatoarelor?

1.18. Două condensatoare, având capacitățile  $C_1$ , respectiv  $C_2$  sînt fiecare conectate la sursa de tensiune  $U_0$ . După deconectare, cele două condensatoare pot fi grupate în serie sau paralel. Care este expresia analitică a energiei degajate sub formă de căldură în conductoarele de legătură, dacă condensatoarele au fost grupate:

- în serie?
- în paralel?

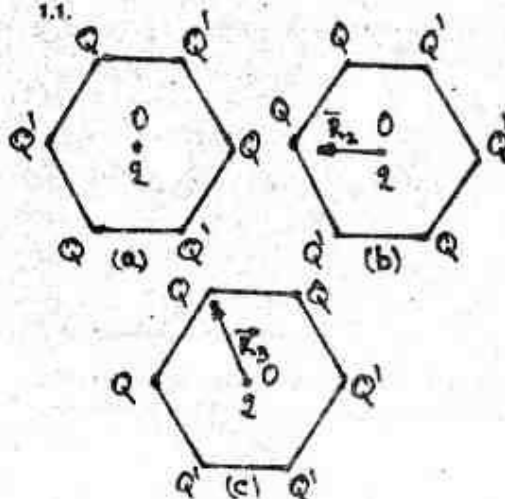
1.19. Trei condensatoare plane, având capacitățile  $C_1$ ,  $C_2$ , respectiv  $C_3$  sînt fiecare conectate la tensiunea constantă  $U_0$ . După deconectare, cele trei condensatoare sînt grupate în paralel. Care este expresia energiei degajate sub formă de căldură în conductoarele de legătură?

1.20. Un condensator plan cu aer are distanța dintre armături  $d_0$  și tensiunea electrică  $U_0$ . Care este diferența de potențial dintre punctele A și B situate în câmpul electric al condensatorului, dacă segmentul de dreaptă  $AB=d$  formează unghiul cu normala la suprafața armăturilor?

## SOLUȚII ȘI REZOLVĂRI

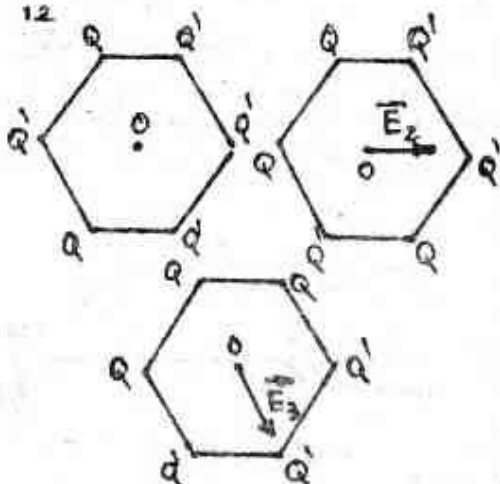
### Cîmpul electrostatic

1.1.



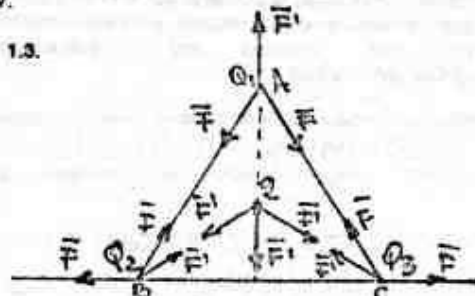
$F=0,4 \text{ N}$ ;  $F'=0,2 \text{ N}$ ; a)  $R_1=0$ ; b)  $R_2=0,6 \text{ N}$ ; c)  $R_3=1,2 \text{ N}$ .

1.2.



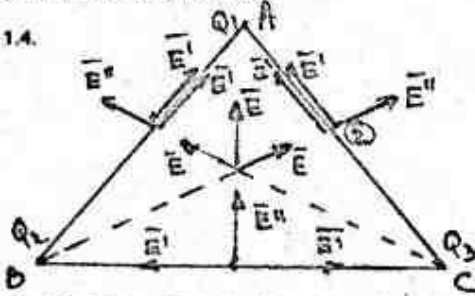
$E=4 \cdot 10^2 \text{ V/m}$ ;  $E'=2 \cdot 10^2 \text{ V/m}$ ; a)  $E_1=0$ ; b)  $E_2=6 \cdot 10^2 \text{ V/m}$ ; c)  $E_3=12 \cdot 10^2 \text{ V/m}$ ;  $V=120 \text{ V}$ ;  $V'=-60 \text{ V}$ ;  $V_0=180 \text{ V}$ .

1.3.



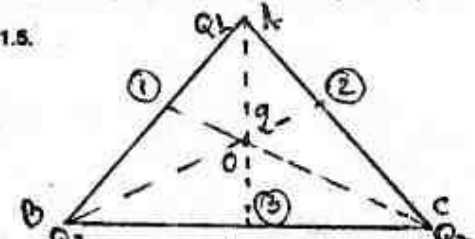
$F=0,4 \text{ N}$ ;  $F'=0,3 \text{ N}$ ;  $F_A=0,392 \text{ N}$ ;  $F_B=F_C=0,5 \text{ N}$ ;  $F_0=0,6 \text{ N}$ ;  $\sqrt{2}=1,41$ ;  $\sqrt{3}=1,73$ .

1.4.



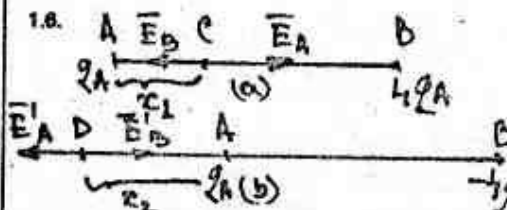
$E=600 \text{ V/m}$ ;  $E'=800 \text{ V/m}$ ;  $E''=800/3 \text{ V/m}$ ;  $E_0=1200 \text{ V/m}$ ;  $E_1=E_2=800\sqrt{3}/3 \text{ V/m}$ ;  $E_3=800/3 \text{ m}$ .

1.5.



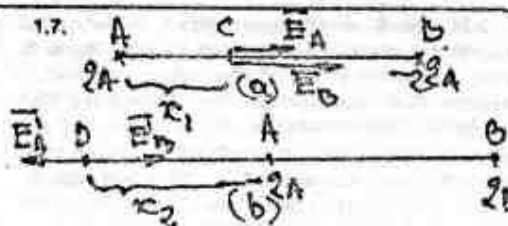
$V_0=120\sqrt{3} \text{ V}$ ;  $\sqrt{3}=1,73$ ;  $V_1=V_2=60(1+\sqrt{3}) \text{ V}$ ;  $V_3=40(9-\sqrt{3}) \text{ V}$ ;  $V_0-V_1=V_0-V_2=60(\sqrt{3}-1)=43,8 \text{ V}$ ;  $V_0-V_3=40(40\sqrt{3}-9)=-83,2 \text{ V}$ ;  $L_1=L_2=43,8 \cdot 10^{-6} \text{ J}$ ;  $L_3=-83,2 \cdot 10^{-6} \text{ J}$ .

1.8.



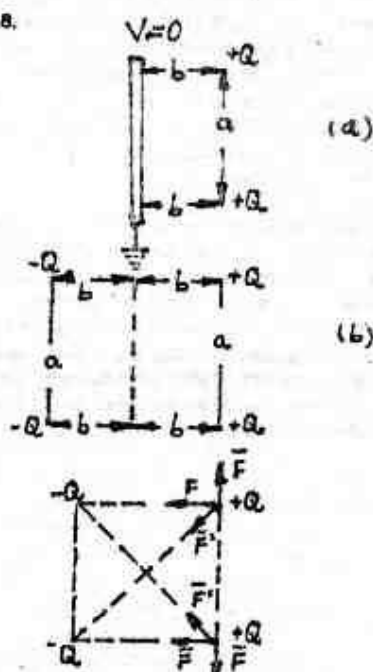
$x_1=d/3$ ;  $V_C=81 \cdot 10^9 \text{ qA/d}$ ;  $x_2=d$ ;  $V_D=-9 \cdot 10^9 \text{ qA/d}$ ;  $V_C/V_D=-9$ .

1.7.



$x_1=d/3$ ;  $E_C=9 \cdot 10^9 \cdot 27 \cdot \text{qA}/2 \cdot d^2$ ;  $x_2=d$ ;  $E_D=9 \cdot 10^9 \cdot \text{qA}/2 \cdot d^2$ ;  $E_C/E_D=27$ .

1.8.



Potențialul electric al plăcii fiind zero, ansamblul format din placa metalică legată la pământ și cele două corpuri punctiforme cu sarcina electrică  $+Q$  poate fi înlocuit printr-un ansamblu format din două corpuri punctiforme cu sarcina electrică  $+Q$  situate la distanță  $2b$  de alte două corpuri punctiforme cu sarcina electrică  $-Q$ , planul de simetrie al ansamblului celor două corpuri punctiforme fiind o suprafață de potențial electric zero (metoda imaginilor).

$F=0,4 \text{ N}$ ;  $F'=0,2 \text{ N}$ ;  $F'=F\sqrt{2}$ ;  $R=0,6 \text{ N}$ .

1.9. Fiind puse în legătură printr-un fir conductor, cele două sfere metalice electrizate vor avea același potențial electric, conservându-se sarcina lor electrică:

$Q'_1/C_1=Q'_2/C_2$  și  $Q_1+Q_2=Q'_1+Q'_2$ . Deci  $Q'_1=R_1(Q_1+Q_2)/(R_1+R_2)$ ;  $Q'_2=R_2(Q_1+Q_2)/(R_1+R_2)$ .

Energia inițială a celor două sfere metalice electrizate are expresia



$$W_1 = Q_1^2/2C_1 + Q_2^2/2C_2 =$$

$$= (Q_1^2/4\pi \cdot \epsilon_0 R_1 + Q_2^2/4\pi \cdot \epsilon_0 R_2)$$

Energia finală a celor două sfere metalice electrizate puse în legătură prin-un fir conductor, are expresia

$$W_f = Q_1^2/2C_1 + Q_2^2/2C_2 = (Q_1 + Q_2)^2/8\pi\epsilon_0(R_1 + R_2)$$

Expresia analitică a căldurii degajate în firul de legătură este

$$Q = \Delta W = - (W_f - W_i) = - (1/8\pi\epsilon_0)(Q_1 R_2 - Q_2 R_1)^2 / R_1 R_2 (R_1 + R_2)$$

1.10. Se revăd îndrumările de la rezolvarea problemei 1.9.

$$Q_1/C_1 = Q_2/C_2 \text{ iar } Q_1 - |Q_2| = Q_1 + Q_2$$

$$\text{Deci } Q_1 = R_1(Q_1 - |Q_2|)/(R_1 + R_2) \text{ și}$$

$$Q_2 = R_2(Q_1 - |Q_2|)/(R_1 + R_2)$$

De asemenea

$$W_i = (Q_1^2/R_1 + Q_2^2/R_2)/8\pi\epsilon_0$$

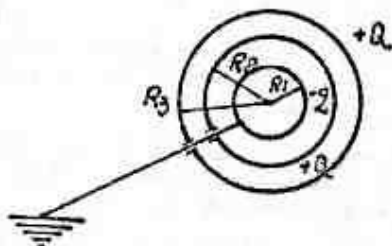
$$W_f = (Q_1 - |Q_2|)^2/8\pi\epsilon_0(R_1 + R_2)$$

$$\Delta W = W_f - W_i = -(Q_1 R_2 +$$

$$+ |Q_2| R_1)^2/8\pi\epsilon_0 R_1 R_2 (R_1 + R_2)$$

$$Q = -\Delta W$$

1.11. Sfera metalică legată la pământ, avînd potențialul electric nul, la suprafața acesteia sarcina electrică va fi negativă, celalalte două sfere fiind electrizate pozitiv.

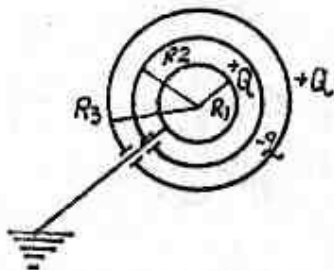


$$V_1 = Q/4\pi\epsilon_0 R_2 + Q/4\pi\epsilon_0 R_3 - |q|/4\pi\epsilon_0 R_1 = 0$$

$$|q| = QR_1(R_2 + R_3)/R_2 R_3$$

$$V_2 = Q(R_2 - R_1)(R_2 + R_3)/4\pi\epsilon_0 R_2^2 R_3$$

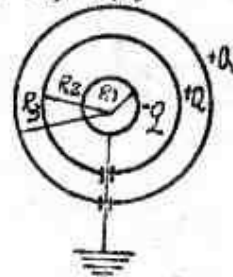
$$V_3 = Q/(2R_2 R_3 - R_1(R_2 + R_3))/4\pi\epsilon_0 R_2 R_3$$



$$V_1 = Q(R_2 - R_1)/4\pi\epsilon_0 R_1 R_2$$

$$V_2 = 0, \quad |q| = Q(R_2 + R_3)/R_3$$

$$V_3 = Q(R_3 - R_2)/4\pi\epsilon_0 R_3^2$$



$$V_1 = QR_3(R_1 + R_2) - 2R_1 R_2/4\pi\epsilon_0 R_1 R_2 R_3$$

$$V_2 = 2Q(R_3 - R_2)/4\pi\epsilon_0 R_2 R_3$$

$$V_3 = 0, \quad |q| = -2Q$$

1.12.

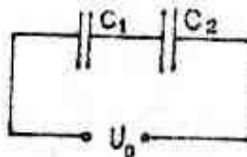
$$W_i = C_1 U_0^2/2; \quad W_f = C_2 U_0^2/2; \quad \frac{W_f}{W_i} = \frac{d_1}{d_2}$$

1.13.

$$W_i = C_1 U_0^2/2; \quad W_f = C_1^2 U_0^2/2C_2; \quad \frac{W_f}{W_i} = \frac{d_2}{d_1}$$

1.14.

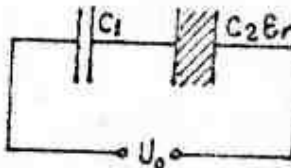
$$C_s = \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)}; \quad W_i = \frac{C_s U_0^2}{2}$$



$$C_s = \frac{\epsilon_r C_1 C_2}{(C_1 + \epsilon_r C_2)}; \quad W_f = C_s U_0^2$$

$$\text{Deci } \frac{W_f}{W_i} = \epsilon_r \frac{C_1 + C_2}{C_1 + \epsilon_r C_2}$$

$$\text{Dacă } C_1 = C_2, \text{ atunci } \frac{W_f}{W_i} = \frac{2\epsilon_r}{1 + \epsilon_r}$$



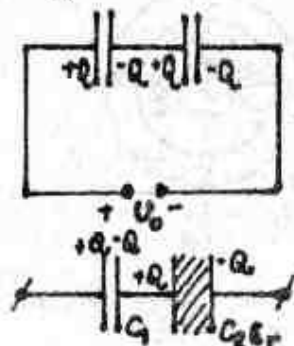
1.15.

$$C_s = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}; \quad W_i = \frac{(C_1 + C_2) Q^2}{2C_1 C_2}$$

$$C_s' = \frac{\epsilon_r C_1 C_2}{C_1 + \epsilon_r C_2}; \quad W_f = \frac{(C_1 + \epsilon_r C_2) Q^2}{2\epsilon_r C_1 C_2}$$

$$\frac{W_f}{W_i} = \frac{(C_1 + \epsilon_r C_2)}{\epsilon_r (C_1 + C_2)} \quad \text{Dacă } C_1 = C_2 \text{ atunci}$$

$$\frac{W_f}{W_i} = \frac{(1 + \epsilon_r)}{2\epsilon_r}$$



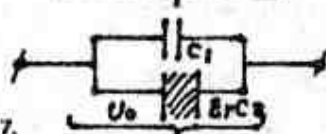
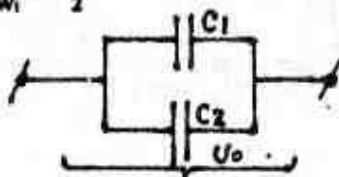
1.16.

$$C_p = C_1 + C_2 ; W_i = \frac{C_p U_0^2}{2}$$

$$C_p' = C_1 + \epsilon_r C_2 ; W_f = C_p' U_0^2$$

$$\frac{W_f}{W_i} = \frac{C_1 + \epsilon_r C_2}{C_1 + C_2} \quad \text{Dacă } C_1 = C_2 \text{ atunci}$$

$$\frac{W_f}{W_i} = \frac{1 + \epsilon_r}{2}$$



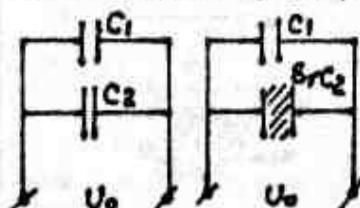
1.17.

$$C_p = C_1 + C_2 ; W_i = \frac{Q^2}{2C_p}$$

$$C_p' = C_1 + \epsilon_r C_2 ; W_f = \frac{Q^2}{2C_p'}$$

$$\frac{W_f}{W_i} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 + \epsilon_r C_2} ;$$

$$\text{Dacă } C_1 = C_2, \text{ atunci } \frac{W_f}{W_i} = \frac{2}{1 + \epsilon_r}$$

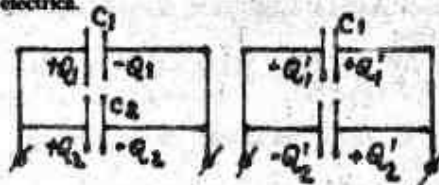


1.18.

$$W_i = \frac{C_1 U_0^2}{2} + \frac{C_2 U_0^2}{2}$$

a) Conectarea condensatoarelor în serie:

După conectare, condensatoarele vor fi la aceeași tensiune electrică  $U'$ , conservându-se sarcina lor electrică.



$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \text{ iar } Q_2 - Q_1 = Q_1' + Q_2' \quad \text{Dacă}$$

$$Q_1' = C_1 |Q_2 - Q_1| / (C_1 + C_2)$$

$$Q_2' = C_2 |Q_2 - Q_1| / (C_1 + C_2)$$

$$W_f = \frac{Q_1'^2}{2C_1} + \frac{Q_2'^2}{2C_2} = \frac{(Q_2 - Q_1)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

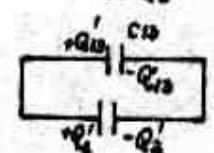
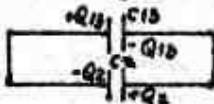
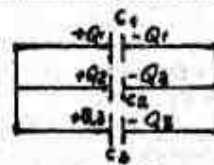
$$Q_1 = C_1 U_0 ; Q_2 = C_2 U_0 ; \Delta W = W_f - W_i =$$

$$= -\frac{2C_1 C_2 U_0^2}{C_1 + C_2} ; \text{ iar } Q = -W$$

$$\text{Dacă } C_2 = 2C_1, Q = \frac{4C_1 U_0^2}{3}$$

b) Conectarea condensatoarelor în paralel după conectare, fiind la aceeași tensiune electrică  $U_0$ ,  $W_f = W_i$ , deci  $\Delta W = 0$  și  $Q = 0$ .

1.19. Înlocuind condensatoarele  $C_1$  și  $C_2$  grupate în paralel cu un condensator echivalent  $C_{12} = C_1 + C_2$ , problema este similară cu precedenta.



$$Q_{13} = Q_1 + Q_2 = U_0 C_{13}; Q_2 = C_2 U_0; \frac{Q_{13}}{C_{13}} = \frac{Q_2}{C_2}$$

$$Q_{13} - Q_2 = Q_{13}' + Q_2'. \text{ Deci } Q_{13}' = \frac{(Q_{13} - Q_2) C_2}{C_{13} + C_2}$$

$$\text{și } Q_2' = \frac{(Q_{13} - Q_2) C_1}{C_{13} + C_2}$$

$$W_f = \frac{(C_{13} + C_2) U_0^2}{2}; W_f = \frac{Q_{13}'^2}{2C_{13}} + \frac{Q_2'^2}{2C_2} =$$

$$= (C_{13} - C_2) U_0^2 / 2(C_{13} + C_2)$$

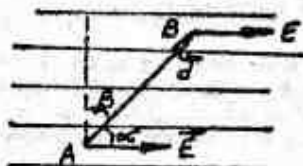
$$\Delta W = W_f - W_i = \frac{-2C_{13}C_2 U_0^2}{C_{13} + C_2} \quad \text{și}$$

$$Q = \frac{2(C_1 + C_2) C_3 U_0^2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

1.20.

$$U_{AB} = E \cdot d \cdot \cos \alpha = E \cdot d \cdot \sin \beta$$

$$U_{AB} = U_0 \cdot d \cdot \sin \beta / d_0$$



Prof. Florin Anđon  
IAȘI

## ELECTROSTATICA

1. Două sarcini electrice punctiforme  $q_1 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  și  $q_2 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  se află în vid la distanța  $d = 10 \text{ cm}$  una de alta. Se cere:

- forța de interacțiune dintre sarcini;
- intensitatea câmpului electric la jumătatea distanței dintre ele;
- la ce distanță de prima sarcină câmpul electric este nul;
- la ce distanță sînt sarcinile într-un mediu cu  $\epsilon_r = 5$  pentru a interacționa cu aceeași forță ca în vid.  
(21,6 N;  $18 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ ; 3,8 cm; 4,47 cm)

2. Două sarcini electrice punctiforme  $q_1 = -5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  și  $q_2 = 12 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  se află în vid la 12 cm una de alta. Se cere:

- intensitatea câmpului electric și potențialul electric la jumătatea distanței dintre sarcini;
- potențialul electric în punctul în care intensitatea câmpului electric este nulă.  
( $42,5 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ ;  $10,5 \cdot 10^5 \text{ V}$ ;  $1,13 \cdot 10^5 \text{ V}$ )

3. Intensitatea câmpului electric creat de două sarcini  $q_1$  și  $q_2$  aflate în vid, la jumătatea distanței dintre ele este  $90 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ . Potențialul electric în același punct este  $90 \cdot 10^4 \text{ V}$ , care sînt valorile celor două sarcini dacă distanța dintre ele este 10 cm.  
( $-10 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ ;  $15 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ )

4. Două sarcini electrice  $q_1 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  și  $q_2 = -6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  se află în vid la 20 cm una de alta. Se cere:

- punctele în care intensitatea câmpului electric și potențialul sînt nule;
- intensitatea câmpului electric în punctul în care potențialul este nul;

c) potențialul electric în punctul în care intensitatea este nulă.  
(129,28 cm față de  $q_2$ ; 11,43 cm față de  $q_1$ ;  $12,86 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ ; 6480 V)

5. Trei sarcini electrice punctiforme  $q_A = q_C = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  și  $q_B = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , se află în vid în vîrfurile unui pătrat ABCD cu latura de 5 cm. Se cere intensitatea câmpului electric și potențialul electric în:

- centrul pătratului;
- vîrfurile libere D al pătratului.  
( $14,4 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ ;  $25,5 \cdot 10^5 \text{ V}$ ;  $23,9 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ ;  $16,95 \cdot 10^5 \text{ V}$ )

6. Trei sarcini electrice  $q_1 = q_2 = q_3 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  se află în vid în vîrfurile unui triunghi echilateral cu latura de 10 cm. Se cere lucrul mecanic efectuat de forțele electrice pentru a deplasa un corp de probă cu sarcina  $q_0 = 10 \text{ nC}$  din centrul triunghiului în mijlocul unei laturi ( $2,98 \cdot 10^4 \text{ J}$ )

7. Două pendule electrice aflate în vid au sfere cu masa de 0,5 g și fire lungi de 20 cm, suspendate din același punct. Cînd sferele sînt electrizate cu aceeași sarcină se resping la o distanță ce corespunde unui unghi de  $60^\circ$  între ele. Care este sarcina cu care au fost electrizate. ( $1,13 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ )

8. Două sfere metalice de raze  $R_1 = 2 \text{ cm}$  și  $R_2 = 5 \text{ cm}$  au potențialele  $V_1 = 800 \text{ V}$  și  $V_2 = 1000 \text{ V}$ . Sferele sînt puse în contact printr-un fir conductor subțire. Se cere:

- sarcina sferelor înainte și după punerea în contact;
- potențialul sferelor după punerea în contact.  
(1,77 nC; 5,55 nC; 2,09 nC; 5,23 nC; 940,5 V)

9. Două sfere metalice de raze  $R_1 = 4 \text{ cm}$  și  $R_2 = 6 \text{ cm}$  sînt încărcate cu sarcinile  $q_1$  și  $q_2$ , prima la potențialul

$V_1 = 900$  V. Pune în contact printr-un fir conductor sferele vor avea potențialul 1170 V. Se cere:

- sarcinile  $q_1$  și  $q_2$  înainte și după punere în contact;
  - potențialul sferei a doua înainte de contact.
- (4 nC; 9 nC; 5,2 nC; 7,8 nC; 1350 V)

10. Două sfere concentrice de raze  $R_1 = 2$  cm și  $R_2 = 5$  cm dau pentru sfera interioară potențialul 1800 V, iar pentru cea exterioară 1260 V când pe sfere se aduc sarcinile  $q_1$  și  $q_2$ , care sînt valorile acestor sarcini. (2 nC; 5 nC)

11. Un inel metalic de rază  $R = 8$  cm este încărcat cu sarcina  $Q = 8 \cdot 10^{-6}$  C. Ce forță exercită câmpul electric al inelului asupra unui corp de probă cu sarcina  $q_0 = 1$  nC situat pe axa inelului, la 20 cm de acesta.

$$\left( F = \frac{q_0 Q d}{4\pi\epsilon_0 V (R^2 + d^2)^{3/2}} = 14,4 \cdot 10^{-4} \text{ C} \right)$$

12. O sferă metalică cu raza  $R_1 = 5$  cm este încărcată în un potențial de 1 KV. Se cere:

- capacitatea sferei;
- sarcina acumulată de sferă;
- dacă sfera se pune în contact cu alta de rază  $R_2 = 2$  cm, neutră, care este sarcina de pe fiecare sferă și potențialul lor.

(5,5 pF; 5,5 nC; 1,57 nC; 3,93 nC; 707 V)

13. Un condensator plan cu dielectric aer, are aria unei armături de  $40 \text{ cm}^2$  și distanța dintre ele 2 mm. Condensatorul se cupleşă la tensiunea de 100 V. Se cere:

- sarcina electrică acumulată de condensator;
- se decuplează de la sursă și se apropie armăturile la 1 mm. Care este tensiunea dintre armături. (17,708  $\cdot 10^{-4}$  C; 50 V)

14. Un condensator plan cu aer acumulează o sarcină  $q$  când este cuplat la tensiunea de 60 V. Introdus într-un dielectric tensiunea devine 12 V. Care este permisivitatea relativă a dielectricului. (5)

15. Între armăturile plane și orizontale ale unui condensator plan cu distanța dintre armături 2 cm se află o mică sferă cu masa  $m = 0,1$  g și sarcina  $q_0 = 10^{-6}$  C. Care trebuie să fie tensiunea dintre armături pentru a menține sfera în echilibru. Cu ce accelerație se va deplasa sfera dacă se inversează polaritatea. Se va lua  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . (20 V; 20  $\text{m/s}^2$ )

Prof. Borș Ioan  
Brăila

## CLASA a XI - a

### OSCILAȚII ȘI UNDE ELECTROMAGNETICE. FOTOMETRIE

1. Un circuit oscilant este format dintr-o bobină cu 220 spire, lungi de 8 cm și raza 1 cm, și un condensator plan ale cărui armături au suprafața de  $10 \text{ cm}^2$  și distanța dintre ele 1 mm. Condensatorul se încarcă la o sursă cu tensiunea de 24 V. Se cere:

- frecvența proprie de oscilație;
- intensitatea maximă din circuit.

Se va lua  $\epsilon_r = 1, \mu = 1$ )

2. Un circuit oscilant este alcătuit dintr-o bobină cu inductanța  $2 \cdot 10^{-5}$  H și un condensator plan cu aer la care suprafața unei armături este  $12 \text{ cm}^2$ . Circuitul este cuplat la rezonanță cu o antenă semiundă de lungime  $l = 8$  m. Se cere distanța dintre armăturile condensatorului. ( $\approx 3$  mm)

3. Un circuit oscilant cuplat la rezonanță cu o antenă semiundă lungă de 4 m, admite un curent maxim de 1,4

A dacă este cuplat la o tensiune de 10 V. Se cere capacitatea condensatorului și inductanța bobinei. (0,3  $\cdot 10^{-7}$  H; 5,88  $\cdot 10^{-10}$  F)

4. O antenă sferică de undă este cuplată la rezonanță cu un circuit oscilant format dintr-o bobină cu 200 spire, lungă de 4 cm și raza 1 cm, și un condensator cu capacitatea de 4 pF. Se cere:

- lungimea antenei;
  - sarcina maximă din condensator dacă se încarcă la tensiunea de 40 V;
  - intensitatea maximă a curentului din circuit.
- (18,7 m; 0,16 nC; 4 mA)

5. Circuitul oscilant al unei antene semiundă are energia maximă a câmpului electric  $2,84 \cdot 10^{-6}$  J când este cuplat la tensiunea de 40 V și generează în circuit un curent maxim de 1,68 A. Care este lungimea antenei. ( $\approx 80$  m)

6. Un circuit oscilant emite unde cu  $\lambda_1$ . Dacă în serie cu bobina se leagă încă o bobină cu inductanța de  $4 \cdot 10^{-5}$  H, circuitul emite unde cu  $\lambda_2 = 112,3$  m. Care sînt valorile inductanței și capacității din circuit. ( $4 \cdot 10^{-5}$  H; 44,4 pF)

7. Circuitul oscilant al unei antene de recepție este format dintr-o inductanță de  $2 \cdot 10^{-4}$  H și un conden-



sator variabil a căruia capacitate variază între 2 pF și 100 pF. Care sînt lungimile de undă minimă și maximă pe care le poate recepționa.  
(3,768 m; 26,64 m)

8. Condensatorul unui circuit oscilant încărcat la o tensiune de 5 V acumulează o sarcină  $q = 20$  nC. Căderea maximă din circuit este  $5 \cdot 10^{-2}$  A. Circuitul oscilant este cuplat în rezonanță cu o antenă sferică de undă, care este lungimea antenei. (188,4 m)

9. O sursă luminoasă cu intensitatea 300 candelae este situată la înălțimea de 4 m față de o suprafață plană. Se cere:

- iluminarea suprafeței plane pe verticala sursei;
- iluminarea suprafeței plane la distanța de 2 m de piciorul verticalei sursei;
- la ce înălțime trebuie situată sursa pe aceeași verticală pentru ca iluminarea punctului anterior să fie maximă.

(18,75 lx; 13,41 lx; 1,41 m)

10. Două becuri identice fixate pe doi stâlpi înălți de 6 m, iluminează o stradă lată de 12 m. Se cere:

- intensitatea fiecărui bec dacă în centrul străzii iluminarea este 19,58 lx;
- iluminarea în punctele situate pe verticala fiecărui bec.

(1000 Cd; 30,25 lx)

11. Un bec cu intensitatea luminoasă 200 Cd este situat în centrul unei camere pătrate cu latura de 4 m la înălțimea de 2 m de podea. Se cere:

- fluxul luminos emis de bec;
- iluminarea centrului podelei;
- iluminarea colțurilor podelei;
- la ce distanță de centrul podelei iluminarea se reduce la jumătate. (2512 lumeni; 50 lx; 9,6 lx; 1,5 m)

12. Farurile auto dispun de becuri cu două filamente, pentru faza lungă și scurtă. Dacă pentru faza lungă becul emite un flux luminos de 420 lumeni, iar pentru cea scurtă 68 lumeni, se cere:

- intensitățile luminoase ale celor două filamente;
- iluminarea produsă de faza lungă la 200 m și de cea scurtă la 30 m.

(33,4 Cd; 5,4 Cd;  $8,35 \cdot 10^{-4}$  lx;  $6 \cdot 10^{-3}$  lx)

13. Un ecran este iluminat cu două surse situate la distanțele de 2 m și 4 m de aceeași parte a ecranului. Când prima sursă este la 2 m de ecran și a doua la 4 m, iluminarea ecranului este 68,75 lx. Dacă schimbăm locul surselor iluminarea este 87,5 lx. Se cere:

- intensitățile surselor;
- care vor fi iluminările ecranului dacă ambele surse se află la 2 m sau 4 m de ecran.

(200 Cd; 300 Cd; 125 lx; 31,25 lx)

14. Două surse luminează un ecran situat la 4 m de ele. Distanța dintre surse este de 5 m. Când luminează ambele surse, iluminarea în centrul ecranului este  $E_0 = 15,24$  lx, iar în dreptul primei surse,  $E_1 = 10,82$  lx. Se cere:

- intensitățile surselor;
- iluminarea centrului ecranului dacă ambele surse ar fi reunite în locul primei surse.

(100 Cd; 300 Cd; 15,24 lx)

Prof. Borș Ioan  
Liceul "Panait Cernuș" - Brăila

## Clasa a XII-a

### FIZICA SOLIDULUI

1. Studiul structurii cristaline se poate realiza cu fascicule de fotoni, electroni, protoni, neutroni, etc. Admițind distanța interatomică dintre cristale de ordinul  $10^{-10}$  m se cere:

- energia unui foton care poate produce difracție;
- energia unui electron ( $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg);
- energia unui neutron ( $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg).

(12,42 KeV; 150 eV;  $8,2 \cdot 10^{-10}$  eV)

2. Un electron este accelerat la o tensiune de 500 V și produce un fenomen de difracție pe o rețea cristalină, care este ordinul de mărime al distanței dintre planele cristalografice?

( $0,5 \cdot 10^{-10}$  m)

3. O rețea cristalină are constanta rețelei  $a = 0,85 \cdot 10^{-10}$  m. Un fascicul de raze X este folosit pentru difracția pe această rețea dă un unghi de  $60^\circ$  între fasciculul incident și reflectat pentru maximul de ordinul doi. Care a fost lungimea de undă a radiației folosite. (73,5 pm)

4. Un cristal de cesiu cu masa de 10 g și masa molară  $\mu = 132,9$  kg/kmol are energia de legătură 11,59 KJ. Se cere:

- numărul electronilor care participă la formarea legăturilor cristaline;
- energia de legătură dintre doi atomi de cesiu.

( $4,53 \cdot 10^{22}$  electroni; 1,6 eV)

5. Energia de legătură dintre doi atomi de germaniu este 1,2 eV. Se cere:

- numărul electronilor care participă la formarea legăturilor cristaline într-un cristal cu masa de 20 g;
- energia de legătură a tuturor atomilor cristalului.

Se dă  $\mu = 72,59$  kg/kmol.

( $66,37 \cdot 10^{22}$  electroni; 15,92 KJ)

6. Folosind un fascicul de raze X cu  $\lambda = 46,3$  pm în studiul unei rețele cristaline se obține maximum de ordinul 2 când fasciculul face un unghi de  $30^\circ$  cu planul rețelei cristaline. Care este distanța dintre planele reticulare pe care are loc difracția?  
( $0,93 \cdot 10^{-10}$  m)

7. Maximum de ordinul 2 pentru o rețea de argint la  $0^\circ$  C se obține pentru un unghi  $A = 60^\circ$ . Sub ce unghi se va observa același maxim pentru același radiație dacă rețeaua este încălzită la temperatura de  $500^\circ$  iar  $\alpha = 1,8 \cdot 10^{-5}$  grad $^{-1}$ .  
( $\sin \theta_1 = \frac{\sin \theta}{1 + \alpha t}$ )

8. Un cristal de siliciu cu masa de 50 g și masa molară  $\mu = 28,09$  kg/kmol are lărgimea benzii de conducție  $\Delta E_c = 2$  eV. Se cere:  
a) numărul stărilor din banda de valență;  
b) numărul stărilor din banda de conducție;  
c) intervalul energetic dintre două nivele energetice ale benzii de conducție dacă ea provine din despicierea unui nivel 3p.  
( $4,29 \cdot 10^{24}$  stări;  $6,2 \cdot 10^{-25}$  eV)

9. Sodiu metalic are densitatea  $\rho = 970$  kg/m $^3$  și masa molară  $\mu = 22,99$  kg/kmol. Cunoscând că rețeaua sodiului este cubică cu volum centrat și că celula elementară conține doi atomi de sodiu se cere:  
a) concentrația electronilor liberi din rețea;  
b) constanta rețelei cristaline.  
( $2,53 \cdot 10^{28}$  m $^{-3}$ ;  $4,3 \cdot 10^{-10}$  m)

10. Un fir de cupru lung de 0,5 m este cuplat la tensiunea de 0,4 V. Cunoscând  $d = 8900$  kg/m $^3$ ;  $\rho = 1,75 \cdot 10^{-8}$   $\Omega$  m,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C;  $\mu$  kg/kmol se cere:  
a) concentrația electronilor liberi;  
b) mobilitatea electronilor;  
c) viteza de deplasare a electronilor.  
( $8,43 \cdot 10^{28}$  m $^{-3}$ ;  $4,2 \cdot 10^{-3}$  m $^2$ /Vs;  $3,36 \cdot 10^{-3}$  m/s)

11. Un fir de cupru lung de 5 m este cuplat la tensiunea de 10 V. Cunoscând din problema precedentă mobilitatea electronilor se cere:  
timpul în care electronii parcurg lungimea conductorului.  
( $t = \frac{l^2}{\mu U} = 595$  s)

12. Germaniu pur are conductivitatea  $\sigma = 2,1$   $\Omega^{-1}$  m $^{-1}$  la temperatura camerei. Cunoscând mobilitatea electronilor  $\mu_n = 0,38$  m $^2$ /Vs și a golurilor  $\mu_p = 0,18$  m $^2$ /Vs. Se cere:  
a) concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină;  
b) viteza purtătorilor de sarcină dacă se aplică semiconductorului un câmp electric de sarcină  $E = 5$  V/m.  
( $2,37 \cdot 10^{19}$  m $^{-3}$ ;  $v_n = 1,9$  m/s;  $v_p = 0,9$  m/s)

13. Un cristal de germaniu cu conducția de tip p are concentrația golurilor  $p = 5,2 \cdot 10^{20}$  m $^{-3}$ . Cunoscând din problema precedentă mobilitățile se cere conductivitatea semiconductorului (se va neglija conductivitatea electronică).  
( $14,9$   $\Omega^{-1}$  m $^{-1}$ )

Prof. Borș Ioan  
Brăila

## ÎNTREBĂRI ȘI RĂSPUNSURI

[1.] De ce presiunea sîngelui se măsoară pe braț sau la nivelul inimii? Nu se poate măsura tensiunea și la picior?

R. Măsurătorile se fac la nivelul inimii, pentru că astfel se pot standardiza rezultatele. Dacă tensiunea s-ar măsura în altă parte a corpului, rezultatele ar depinde de înălțimea omului și s-ar crea complicații în interpretarea datelor.

[2.] De ce corpul unui om ce s-a înecat cade la fundul apei și apoi peste câteva zile iese la suprafață?

R. Corpul celor ce se înecă iese la suprafață datorită gazelor ce se formează în procesul de putrefacție.

[3.] În interiorul unui automobil care se deplasează și la care capota prezintă o deschizătură, termometrul arată mai puțin decât în interiorul aceluiași automobil care este în repaus. De ce? Indicația termometrului nu poate fi influențată de existența curentului care se

simte cînd ne deplasăm cu un automobil decapotabil.

R. Acest efect s-ar putea explica prin faptul că "puvoiul" de aer cetece pe deasupra deschiderii automobilului, duce la scăderea presiunii de deasupra mașinii. Aerul din interior se dilată și atunci se răcește puțin.

[4.] Se știe că la poalele munților Stîncuși bate un vînt fierbinte și uscat. Cum se explică existența acestui vînt cald care vine din munții reci. (Vînturi de acest fel se mai întîlnesc și în Elveția)

R. Masele de aer coboară din munți, deci dintr-un loc cu presiunea atmosferică scăzută, într-un loc cu presiunea atmosferică mai ridicată. Această trecere bruscă, are ca urmare o comprimare adiabatică, de unde va rezulta încălzirea maselor de aer. Datorită trecerilor bruște, schimburi de căldură cu aerul înconjurător nu va fi mare, deci "vîntul" va fi mai cald decît mediul înconjurător.

(după "The flying circus of physics")  
Prof. Anca Moldoveanu - Iași

## PROBLEME PROPUSE PENTRU GIMNAZIU

### CLASA a VI-a

#### 1. Legenda despre cizma care nu poate fi încălțată

"De ce iarna zăua este scurtă și iarna este lungă, iar vara este invers? Iarna este scurtă pentru că, asemenea tuturor corpurilor vizibile și învizibile, ea se comprimă din cauza frigului, iar noaptea se dilată, încălzindu-se de la lumânările și felinarele aprinse." Acest raționament curios al unui erou din povestirea lui Cehov ne amuză prin naivitatea lui. Cine nu a auzit despre cizma care, se spune, nu poate fi trasă pe piciorul înfierbîntat pentru că "prin încălzire a crescut volumul piciorului"? Și această explicație este complet eronată. În primul rînd în baie temperatura corpului omului nu se schimbă vizibil, deoarece corpul își păstrează temperatura proprie. Și totuși după baie cizma se trage greu. Causa este însă afluxul de sînge în unirea învelișului exterior. În faptul că suprafața pielii este umedă și în alte fenomene care n-au nici o legătură cu dilatarea termică.

#### 2. Gheața, blana și altele ...

Ce se va întîmpla cu o bucată de gheață dacă va fi învelită într-o blană de animal? Mulți spun că hainele confecționate din blănuri încălzesc corpul, să ne convingem de aceste opinii mai înainte de a răspunde la întrebarea cu gheața. Luați un termometru, notați temperatura pe care o indică în cameră, apoi înveliți-l bine într-o blană. După 10 minute scoateți-l și priviți-l din nou. Ce constatați?

Luați două cuburi identice de gheață din frigider și puneți cîte unul în cîte un borcan, apoi acoperiți-le cu capace. Pe unul din ele înveliți-l în blană. După 30 minute îl scoateți și îl comparați cu cel rămas pe masă, ce observați? În care din ele s-a topit gheața mai mult? Cum explicați acest lucru?

#### 3.

Este corect să spunem că zăpada încălzește pămîntul?

#### 4. Un mijloc original de tăiere a sticlei este următorul:

dintr-o sticlă spartă se înlătură partea de sus, iar în cea rămasă punem ulei pînă la nivelul unde vrem ca sticla să fie tăiată. Înroșim o vergea metalică în foc și o introducem cu vîrf în ulei. Vom auzi o plesnitură și vom constata că sticla este tăiată. Scoțînd ulei din sticlă

treptat și procedînd la fel vom obține inele de sticlă pe care le putem folosi ca suporturi de șervețele. Cum explicați fenomenul pe care se bazează acest procedeu?

#### 5.

Ce se întîmplă cu densitatea corpului la timpul dilatației?

#### 6.

Se pot dilata corpurile și prin răcire? Dați exemple.

#### 7. Un ou miraculos

Luați un ou crud și printr-un orificiu paracicat în coaja lui scoateți conținutul. Prin acest orificiu introduceți capătul unei ațe și lipiți cu ceară. De cealaltă capăt al firului legați o greutate mică. Cufundați oul într-un vas de sticlă cu apă în așa fel încît greutatea să ajungă aproape de fundul vasului. Duceți vasul afară la ger. Se constată că oul urcă la suprafață. Duceți din nou oul în cameră. Oul va repeta mișcarea: firul urcă și apoi coboară. Cum explicați acest lucru avînd în vedere o caracteristică a apei la  $+4^{\circ}\text{C}$ .



### Clasa a VII-a

#### Presiuni de milioane de atmosfere

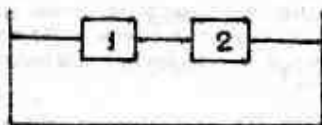
În fiecare zi ne întîlnim cu forțe mari aplicate pe suprafețe mici. Acesta este un lucru foarte obișnuit. Cu totul altfel sînt lucrurile cînd vrem să realizăm apăsări mari pe suprafețe mari. Presiuni înalte se produc în laborator cu prese puternice. Pentru producerea unei presiuni supraînalte lucrurile se complică mai mult. Presiune de 400000 atm. a fost obținută pentru prima oară de către fizicianul Bridgeman. Interesul pentru presiuni supraînalte nu este deloc neîntemeiat. La astfel de presiuni se pot produce fenomene care nu pot fi provocate prin alt mijloc. În anul 1955 s-au obținut diamante artificiale la 100000 de atmosfere și  $2300^{\circ}\text{C}$ . Presiuni de 300000 atmosfere pe suprafețe mari se

obțin în timpul exploziei explozivilor solizi și lichizi. Presiuni foarte mari care ating  $10^{13}$  atm au naștere în timpul bombei atomice. Presiuni înalte permanente există în interiorul corpurilor cerești, inclusiv în interiorul Pământului. Presiunea în interiorul Pământului este de aproximativ trei milioane de atmosfere.

La nivelul inimii umane, supra presiunea arterială este pulsativă cu o valoare de aproape 100 torr. În poziție orizontală presiunea din creier și cea din picioare au valori aproape egale. În poziție verticală cea din picioare este mai mare, datorită presiunii hidrostatice a sângelui. Presiunea hidrostatică explică anumite accidente la aviatori. În stare de imponderabilitate presiunile din sistemul circulator sînt independente de poziția corpului.

1. Să se afle presiunea corpului pe sol a unui tractor cu șenile, cu masa de 10 t, dacă lungimea fiecărei șenile este de 2 m și lățimea de 50 cm.

2. În figura dată sînt reprezentate două bucăți de lemn uscat și respectiv de gheață. Densitatea lemnului este de  $0,6 \text{ g/cm}^3$  iar la gheață este de  $0,9 \text{ g/cm}^3$ . Explicați care este de lemn și care este de gheață.



3. La o instalație de alimentare cu apă, rezervorul se află la înălțimea de 75 m deasupra conductei distribuitoare. Să se calculeze presiunea în aceasta.

R. 750000 Pa.

4. În figura dată se dau două vase de formă diferită, dar cu suprafața bazei aceeași. Primul din ele are mai multă apă decât al doilea. În care vas presiunea pe fundul vasului este mai mare? Dar forța de apăsare? Explicați răspunsul.



5. Suprafața pistonului mic al unei prese hidrolice este 0,8 cm. Ce forță se exercită asupra pistonului mic, dacă presa acționează asupra corpului cu o forță de 2490 N?

R. 98 N

6. Pe pistonul mic al unei prese hidrolice apasă o forță de 500 N. El coboară cu 15 cm, în timp ce pistonul mare urcă cu 3 mm. Ce forță de apăsare realizează pistonul mare?

R. 25000 N

7. Pistonul unei prese hidrolice pentru presarea

finului este acționat de o pîrghie de gradul II de 160 cm lungime. Coada pistonului se găsește la 20 cm depărtare de punctul de sprijin al pîrghiei. Suprafața pistonului mic este de  $20 \text{ cm}^2$ , iar a pistonului mare de  $200 \text{ cm}^2$ . Cu ce forță este presat finul dacă acționăm asupra pîrghiei cu o forță de 196 N?

R. 160000 N

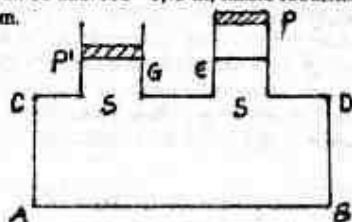
8. Acidul sulfuric se păstrează în vase speciale. Ce apăsare hidrostatică se exercită pe fundul vasului dacă acesta are diametrul de 50 cm, iar înălțimea acidului este de 1 m? Densitatea acidului este de  $1,84 \text{ g/cm}^3$ .

R. 3611 N

9. Un vas cilindric ABCD este prelungit cu două tuburi cu același diametru. Se umple totul cu lichid cu densitatea  $845 \text{ kg/m}^3$ . În tuburi alunecă două pistoane ce mențin nivelurile la înălțimile  $EP=3,25 \text{ m}$  și  $GP=0,45 \text{ m}$ . Se acționează asupra pistonului P cu o forță de 480 N.

a. Ce forță trebuie să acționeze asupra lui P ca să nu se ridice?

b. Care este forța de apăsare totală pe fundul vasului. Se dau:  $AC=1,75 \text{ m}$ , razele tuburilor 95 mm și 1,35 m.



R. 1243 N cu  $h=EP-GP$ ;  $F_c = \rho \cdot g \cdot S(AC-H)=0,33 \text{ MN}$ ; H - înălțimea apei în cele două tuburi.

10. Pistoanele unei prese hidrolice au diametrele de 24 cm și 56 cm. Pistonul mic este acționat de o pîrghie la care unul din brațe este de 12 ori mai mare decât celălalt. La capătul brațului mare al pîrghiei acționează o forță de 640 N.

a. Să se calculeze lucrul mecanic cheltuit pentru a ridica pistonul mare cu 100 cm.

b. Știind că ridicarea se face în 6 minute, care este puterea necesară acționării?

R. 3,56 KJ; 85,33 W

11. Un corp trebuie comprimat cu o forță de 0,8 MN folosind o presă hidrolică la care raportul suprafețelor este 1/100. Să se calculeze câte apăsări pe minut va trebui să facă pistonul cel mic dacă el coboară cu 20 cm la fiecare apăsare. Presa are randamentul de 80% și este acționată de un motor cu puterea de 3 KW.

$$R. \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2 n_2}{F_1 n_1} \cdot \frac{1}{1}$$

$$n/t = 90 \text{ apăsări/minut}$$

### Clasa a VIII-a

1. O sursă de curent are poli legați printr-un fir de oțel cu secțiunea de  $0,3 \text{ mm}^2$  și lungimea de 15 m. Sursa



are tensiunea de 3 V, iar tensiunea la borne este de 2 V. Se cere:

- Rezistența interioară a sursei;
- Cantitatea de electricitate ce trebuie să treacă prin fir pentru ca energia să fie de 1 KJ? Rezistența specifică  $\rho = 0,12 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ .

R. 3  $\Omega$ ; 500 C.

2. Într-o cameră are un bec de 60 W. La un moment dat se leagă în paralel cu becul și un reșou de 250 W. Știind că tensiunea rețelei este de 120 V, iar rezistența conductoarelor de 6  $\Omega$ . Să se afle cu cât variază tensiunea la bornele becului când se leagă în circuit reșoul.

R. 10,4 V

3. O baterie are tensiunea electromotoare de 32 V, iar bornele ei se unesc printr-un fir lung de 3 m. În fir se produce o cădere de potențial de 30 V și se consumă o putere de 6 W. Se cere:

- Rezistența interioară a bateriei;
- Rezistența firului;
- Timpul necesar pentru a trece prin circuit 720 C;
- Lungimea ce ar trebui să o aibă firul pentru ca diferența de potențial între capetele lui să fie de 12 V;
- raportul dintre energia dezvoltată în fir în acest caz și cea inițială.

R. 10  $\Omega$ ; 150  $\Omega$ ; 3600 s; 0,12 m; 4.

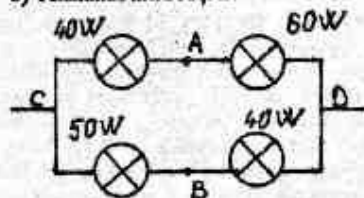
4. Șase becuri de 12 V și 5 W sînt legate în serie și trebuie alimentate de la o rețea de curent continuu de 220 V. Să se determine:

- Intensitatea curentului pentru care a fost construit becul;
- rezistența adițională care trebuie legată în serie cu cele 6 becuri pentru ca sistemul să funcționeze la 220 V;
- Rezistența adițională legată în serie cu cele 6 becuri legate în paralel la 220 V.
- Puterea din rezistența adițională în acest caz.

R. 0,42; 355,2; 83,2; 523,8.

5. La o sursă de curent cu tensiunea de 220 V se conectează 4 becuri cu tensiunea de 110 V. să se determine:

- Intensitatea totală absorbită de becuri;
- Tensiunea între A și B.



R. 0,872 A; -44 V.

6. Un bec are 110 V cu puterea 100 W. Trebuie alimentat de la o sursă de 220 V. Ce rezistor trebuie pus în circuit pentru ca becul să funcționeze normal. Curentul care trece prin bec trebuie măsurat cu un

miliampermetru a cărui scală are 100 de diviziuni. Știind că miliampermetrul are o rezistență de 9,9  $\Omega$  și că poate măsura un miliamper pe diviziune, să se calculeze valoarea șuntului miliampermetrului pentru ca instrumentul să măsoare un amper.

$$R. 121 \Omega; R_s = \frac{R_a}{\frac{I}{I_a} - 1} = 1,1 \Omega$$

7. Un încălzitor electric are două circuite. La conectarea primului circuit apa fierbe în 15 minute, iar la conectarea celui de-al doilea în 30 minute. Să se afle în cât timp va fierbe apa în cazul conectării simultane a celor două circuite.

- în serie;
- în paralel.

R. 45 min; 10 min.

8. Un reșou electric consumă o putere de 600 W și lucrează la tensiunea de 120 V. Se cere:

- intensitatea curentului;
- rezistența reșoului;
- timpul necesar pentru a încălzi un litru de apă de la 20  $^{\circ}C$  pînă la fierbere, dacă randamentul reșoului este de 70 %.

R. 5 A; 24  $\Omega$ ; 13 min 20 s.

9. Într-o baie de argintare se depune electrolitic o cantitate de 50,3 g Ag în 2 h 30 min. Baia are o rezistență de 0,8  $\Omega$ . Să se determine tensiunea la bornele băii.

R. 4 V.

10. O instalație de galvanoplasmie se compune din 4 băi legate în paralel, fiecare avînd rezistența de 0,8  $\Omega$ . Rezistența exterioară a circuitului de alimentare este de 0,05  $\Omega$ .

În timp de o oră se depun 150 g Cu. să se calculeze puterea generatorului și randamentul instalației. ( $K=0,33 \text{ mg/C}$ )

R. 3969 W; 80%.

11. O linie electrică de transport de energie primește o putere de 2 MW la o tensiune de 100 KV. Căderea de tensiune pe linie este 5%. Ce energie se pierde pe linie și care este randamentul instalației.

R. 86500 KWh; 95%.

12. Într-o cuvă electrolitică cu azotat de argint și electrozi de cupru în 30 minute se depun 4,8 g Ag. Cunoscind tensiunea la bornele cuvei de 4,6 V și rezistența sa de 1,6  $\Omega$ , să se determine tensiunea de polarizare.

R. 0,77 V.

13. Pe o masă se găsesc următoarele materiale: un cilindru de sticlă groasă, o andrea metalică; un dop de cauciuc cu orificiu la mijloc, o eprubetă, un tub de sticlă îndoit la 90 grade, cu unul din capete efilat, granule de zinc, o sticlă de acid clorhidric și o cutie cu chibrituri. Fiind obligat să folosească toate materialele, trebuie să construiască în trei minute o instalație care să producă hidrogen în mod continuu, cel puțin 20 min și să dovedească că instalația funcționează. Cum veți proceda?

**Fără chibrituri.**

Aveți la îndemână o lumânare obișnuită mai groasă și următoarele substanțe: acid sulfuric, amidon, benzină, azotat de potasiu, dioxid de mangan, un câpăcel metalic, și un tub de sticlă lung de 20 cm. Din toate acestea folosiți ce este necesar și aprindeți lumina. Cum veți proceda?

**În excursie.**

Pe drum într-o mică groță, doi prieteni au descoperit o sticlă în care era introdus un "mesaj misterios" în care scria:

"În această regiune am efectuat cercetări pentru a descoperi

elementul care are 75 protoni și 118 neutroni, dar n-am identificat decât roci care conțin elementul cu 82 protoni și niște săruri ale elementului cu 13 electroni.

Este de asemenea prezent și elementul având masa atomică 34,453. Cercetările continuă pentru a se vedea dacă nu se găsește și urme ale elementului cu numărul atomic 29."

Care sînt elementele chimice menționate în acest mesaj?

**Oxigen**

În trusa lui un elev are următoarele materiale: clorură de potasiu, dioxid de mangan, permanganat de potasiu, apă oxigenată, o panglică de magneziu, acid clorhidric și un chibrit. Ca instrumente are numai un cilindru de sticlă și o bucată de sîrmă de fier de 20 cm. va putea obține el oxigen cu aceste materiale? Dacă da, cum neva convinge?

Prof. Dan Ruxanda  
Brăila

## PROBLEME - ÎNTREBĂRI

1. Cum depinde timpul, în care se umple cu apă o căldare goală, de viteza vîntului?

2. S-a observat că în timpul unei furtuni e mai ușor de pompat apă dintr-o fîntină și că înălțimea jetului de apă a unei fîntini arteziene e mai mare. Aceste fapte nu au legătură cu ploala. De ce reacționează orificiul fîntinii arteziene la furtună? Există un efect contrar? Dacă da, în ce condiții orificiul "nu mai dă" apă? Acest efect pe care vă rugăm să-l explicați, poate pricinui neplăceri unui călător aflat în avion, dacă lasă în buzunar un stilou.

3. Deschideți robinetul unei chivete și observați că apa se va scurge formînd un curent circular ce se rotește întotdeauna în același sens. De ce?

4. De ce se încălzește ventilul camerei de la o roată de bicicletă cînd umflăm roata cu pompa și nu se încălzește cînd o umflăm cu aerul comprimat într-un compresor?

5. De ce este rece pe vîrfurile munților? Aerul rece nu ar trebui să coboare?

6. De ce se formează norii sub formă de ciupercă în cazul exploziilor nucleare?

7. Ați observat "ceața" care se formează la gura sticlei de șampanie? Cum se explică? De ce aceasta coboară?

Traducere realizată de profesorii Moldoveanu Anca  
și Moldoveanu Bogdan - Iași

## CALEIDOSCOP

### GENEZA TEORIEI CUANTICE A ATOMILOR

Prima teorie cuantică a atomilor - o teorie de un tip cu totul nou ... " a exercitat o influență capitală asupra întregii orientări a fizicii contemporane". Era firesc ca noua teorie să provoace stupefacție în lumea savanților. Prima teorie cuantică a atomilor conținea prea multe elemente noi, concepte insuficient de acceptate și ipoteze ce păreau imposibil de verificat. Totuși, noua teorie permitea explicarea și înțelegerea unui număr mare de "fapte" importante, a căror interpretare fusese pînă atunci imposibilă. Reușise să incite savanții la discuții aprinse. Din demnitate, celebritățile științifice J.J. Thompson și E. Rutherford, au trebuit să califice teoria lui Niels Bohr. Atitudinea lor fiind

opusă, va constitui semnalul declanșării unei revoluții științifice. Teoria tânărului fizician danez părea stranie. Oamenii de știință erau parcă "nepregătiți" să înțeleagă o teorie de un tip cu totul nou. În primul rînd noua teorie avea la bază date experimentale extrem de disparate și aparent necorelate între ele. Totodată aceste date nu erau cunoscute suficient. De exemplu structura lacunară a atomului, era greu de înțeles în acea perioadă, iar conceptul de "nucleu" al atomului ce exprima un aspect al structurii lacunare a fost utilizat, prima oară, de abia în 1912, de celebrul savant E. Rutherford, în cartea sa "Radioactive substances and their radiations". Apoi, în decembrie 1913, tot Rutherford "nunța" principiul: "sarcina nucleului sau numărul de electroni reprezintă o constantă fundamentală care determină proprietățile chimice ale atomului, iar radioactivitatea și greutatea atomului sînt determinate numai de nucleu deoarece ele nu depind de proprietățile chimice". Niels Bohr construisese o teorie prin care explica și mecanismul întim al generării spectrului hidrogenului fără să cunoască exact din ce

este alcătuit atomul de hidrogen. În acea perioadă se credea că presupunerea lui E. Rutherford despre constituția atomului de hidrogen este adevărată. Se considera că atomul de hidrogen este format dintr-un "electron pozitiv" ce constituia nucleul atomului. Prima teorie cuantică era "bănuită" că ascunde "ceva" misterios. Conținea ipoteze, asimilate ca postulate, fără ca ele să poată fi deduse din teorii riguroase. Ele erau atât de radicale încât au determinat o reacție de furie din partea ilustrului savant J.J. Thompson. La început nici A. Einstein nu acorda vreo preluare ipotezelor paradoxale despre mișcarea fără emisie sau absorbție de radiație a electronilor pe orbite în jurul nucleului. El sublinia efectul pe care l-ar avea dacă aceste ipoteze ar fi adevărate prin aprecierea: "Dar dacă toate acestea sînt adevărate, aceasta înseamnă sfîrșitul fizicii?" Aceasta însemna că prima teorie cuantică a atomului era "ciudată" deoarece venea în contradicție cu ceea ce A. Einstein considera ideal în fizică. Mai târziu, cînd modelul atomului propus de Niels Bohr se discuta sub cele mai diferite aspecte, Einstein a sesizat în noua teorie o trăsătură mult mai generală și mai profundă.

Prin teoria cuantică se ajungea la o nouă reprezentare despre mișcarea electronilor în atom, dar această reprezentare era paradoxală...

Într-adevăr, noua teorie a atomului a produs o puternică impresie asupra savanților. Captat de enigmaticele microuniversului atomic, A. Einstein exprima influența primei teorii cuantice a atomilor, astfel:

"Era ca și cînd ne-ar fi fugit pămîntul de sub picioare, și niciieri nu se vedea un teren solid pe care să se poată clădi. Faptul că o temelie atât de nesigură și plină de contradicții a fost totuși suficientă pentru a permite unui om cu intuiția genială și abilitatea lui Bohr să descopere legile majore ale liniilor spectrale și ale păturilor electronice, inclusiv importanța lor pentru chimie mi s-a părut un adevărat miracol, și așa mi se pare și astăzi. Este forma supremă a muzicalității gândirii". Aprecierile oamenilor de știință acordată lui Niels Bohr este deosebit de valoroasă. Iată de ce o abordare epistemică a lucrărilor lui N. Bohr prezintă și în prezent interes științific.

**Elevă Grămeșcu Daniela**  
**Liceul "N. Bălcescu" - Brăila**

## REZOLVITORI DE PROBLEME

**LICEU:** *Înalt:* Hofman Adina IX(13) Liceul "Național"

*Vîrșu Mare - jud. Mehedinți:* Niculescu Georgeta XII(6) Liceul teoretic

*Brăila:* Costache Mariana Iulia XII(17), Răpănoa Viorica XII(31)

*Liceul "N. Jorga", Orștie:* Nețuța X(14) + teste grile - termodinamică,

Holteanu Nicoleta X(15) + teste grile - termodinamică, Năsturel Ana-

Maria X(24), Gheorghiu Lăcrămăreanu IX(12) Școala Normală.

*Făltiș - jud. Botoșani:* Bîrbăntu Loreana X(14), Ciucă Marian George

X(17), Oberghe Tănuța X(19), Lazăr Nicușor X(18) Liceul teoretic.

*Sibiu - jud. Arad:* Bîrbăntu Ovidiu Emil X(15) Liceul teoretic

**GIMNAZIU:** *Înalt:* Școala generală nr. 7: Arăntescu Narcis Daniel

VIII(11), Croitoru Daniela VII(12), Dumitru Daniel Costel VII(12), Filote

Liviu Gabriel VII(12).

*Brăila:* Școala generală nr. 7: Clasa a VI-a: A: Baicu Florina (12), Iacșa

Roxana (13), Cuciă Mihaela (21), Dînu Ana Maria (12), Dragomir

Cătălin (12), Drăghiceanu Anca Mihaela (16), Gheorghe Diana Cătălina

(12), Grosu Bogdan (12), Hănuș Anca Mădălina (12), Hangu Octavian

(12), Mihăilescu Constantin Bogdan (12), Mihăilescu Cristinel (12), Nicolae

Veronica (12), Lăpuș Mihaela (12), Simerzeu Monica Ioana (12), Spulber

Alina (12), Tălbăș Alexandru (14), Voiculescu Daniel (14), Murgoci Andrei

(12).

*Clasa a VI-a B:* Popa Dragoș Gabriel (7), Ilie Carmen (9 + aritmetică),

găfșu Iulia Andreea (29), Oroșescu Paul Răvan (11).

*Clasa a VI-a C:* Bălan Gabriela (12), Bocuș Cătălina (14), Bucur

Ana (16), Chirali Simona (12), Coman Ionuț (32), Dragomir Otilia (12),

Drăghici Marian (31), Dumitrescu Paula (12), Olăscu Mihaela (12), Ioniște

Cristian (12), Ion Cristian (22), Matei Aura (12), Popescu Iulia (12),

Pachiu Simona (12), Toader Cristian (12), Trîșu Răzvan (12).

*Clasa a VI-a D:* Bădălan Valentin Eugen (27), Belușcu Ana Maria

(13), Bîchescu Cesar (12), Brîn Mihai (12), Burghelă Isabela (12), Butuc

Blasbota (13), Cărbunaru Angelica (30), Ciocărină Doinița (12),

Ciupercă Andreea (12), Ciupău Laura (13), Dafinei Roxana (13), Bo-

meșan Eduard (12), Enache Emilia (12), Istrate Markus (12), Iancu

Alexandru (12), Măruță Angelica (13), Naumof Simona (12), Olenacu

Maria (23), Popa Emanuel (12), Pricop Mihai (17), Roman Alina (13),

Rădulescu Teodora (12), Sivu Ștefan (14), Stan Anisoara (12), Vlad

Gheorghe (13).

*Clasa a VI-a E:* Vîlean Mihai (12 + aritmetică), Dima Mădălina (arit-

metică), Năstase Bogdan (11), Amorășu Daniela (11), Lupu Valentin (7),

Militaru Andreea (12 + aritmetică), Dumbrău Mircea (11 + aritmetică),

Bărbăntu Sibila (11 + aritmetică), Ilescu Iuliana (15).

*Clasa a VI-a F:* Lupșcu Nicoleta (17), Ghinea Iulian (11), Copae

Georgiana (14 + aritmetică), Gurău Dan Mihail (6), Sinesu Costel (6),

Stoiciu Eduard (6).

*Clasa a VII-a A:* Petres Gabriel (14 + aritmetică), Călnaru Adrian

(40), Bălănescu Adrian (46), Sărbuțu Maria (16), Bobescu Radu (12), Foră

Heana (11 + aritmetică), Vasile Monica Laura (30 + aritmetică), Barbu

Ana (8 + aritmetică), Voicilă Lucie Tatiana (22 + aritmetică), Mihăilescu

Silvia (18), Gălbănuș Gabriela (19 + aritmetică).

*Clasa a VII-a B:* Anghel Monica (38), Anton Florin (39), Achim Cri-

stian (31), Brăncuș Gigel (14), Călnaru Liviu (48), Ciocănuș Sorin (41),

Cimpoianu Mihai (20), Coman Florin (36), Coroș Valerica (76), Croitoru

Emanuel (43), Croitoru Florin (40), Gălbănuș Cătălin (13), Ilie Cristiana (39),

Manole Dana (40), Măgălanu Mihai (41), Mihăilescu Răzvan (29), Măgălanu

Bogdan (43), Mungiu Gabriel (32), Nicolae Florin (34), Oghiceșu Oana

(41), Prînt Bulucea (46), Petrușcu Loreana (44), Popa Dana (43), Răuș

Paula (43), Săpun Mădălina (48), Sărbăntu Oana (43), Sărbăntu Ioan (18),

Țigănuș Andreea (49), Vlad Ciprian (30), Zăpodescu Emilia (45).

*Clasa a VII-a C:* Băicu Veronica (12), Barbu Emanuel (14), Bădănescu

Geamăna (12), Bîrbăntu Nicolae (12), Cărbăntu Beniamin (12), Dănilă

Rodica (20), Ioniș Lelia (13), Nărlu Cristina (13), Nicolău Dana (13), Stancu

Iolanda (14), Toma Alina (14), Țigănuș Ionuț (13).

*Clasa a VII-a D:* Zaharia Iuliana (12), Dumitru Emanuel (7), An-

doie Nicoleta Iulia (11), Costan Liliana (10).

*Clasa a VII-a E:* Trăde Căpățîna Anca (11), Dumitru Daniela (12),

Bărbăntu Camelia (30), Ilescu Iuliana (12).

*Clasa a VIII-a A:* Albu Ana Maria (29), Botea Mădălina (42),

Brebenel Florin (26), Buzanaru Simona (30), Brezan Mariana (31), Chiriac

Mara (30), Ciupercă Adrian (30), Chiriac Rodica (42), Chiriac Cristina (24),

Ciortan Dorina (29), Cîrșă Andreea (30), Dragomir Gabriel (41),

Dumitrescu Iulia (39), Dumitrescu Violeta (27), Enache George (30),

Gălbănuș Valentin (27), Gheorghiu Ciprian (30), Gălbănuș Răzvan (30),

Lăpuș Veronica (13), Lungu Alina (44), Măruș Sergiu (33), Negreanu

Simona (12), Năstase Alexandru (20), Niță Cristian (44), Pașcu Mădălina

(28), Păduș Ștefan (30), Pricop Simona (23), Sărbăntu Andreea (30),

Stănculescu Dragoș (27), Ștefan Radu (30), Ștefan Cristian (46),

Vălcușu Oana (11), Vălcușu Sorin (41), Vălcușu Angela (30).

*Clasa a VIII-a B:* Ciocănuș Daniela (43).

*Clasa a VIII-a C:* Bănuș Valentin (14), Chiriac Rodica (20), Cîrșă

Elena (12), Gălbănuș Silvia (14), Grigore Pavel (27), Lazăr Mădălina (17),

Lupu Laura (33), Mihăilescu Cătălin (27), Măruș Rodica (18), Măruș Cor-

nela (26), Năstase Claudia (28), Pavel Otilia (21), Sărbăntu Ștefan (14),

Sîmpetru Elena (20), Ștefan Elena (16).

Școala generală nr.23: Clasa a VI-a A: Vasile Radu (10), Cartaj Claudia Alexandra (12), Sighiuș Răzvan (11), Moles George (7), Oprea Valentin (12), Petruche Mirabela (12), Simion Ana Maria (12), Ierftăniu Ionuț (10), Danilov Ana (12), Buzianu Andreia (10), Cric Alexandru Iosif (10), Măntănușu Cătălina (11).

Clasa a VI-a B: Baraga Julia Mihăilescu (12), Morăreanu Ecaterina (30), Boshrozescu Răzvan Gabriela (12), Bulică Cosmin Marius (19), Săvescu Octavian (30), Tata Alexandru (12), Leștăbi Cosmin (12), Păhoșu Sorin Răzvan (12), Căcoș Andrei (12), Miles Lavinia (11), Oanu Radu (22), Răileanu Violeta (11), Groparu Cristina (30), Trușcă Julia Doina (12), Preda Andreea (25), Mădăren Ana Maria (19), Dumitru Cosmina (11), Crăstănușu Lavinia (12), Nicolae Ioan Mărgărit (12), Honea Găbe (12), Marin

Alexandru (12), Mușu Andra (8), Vlad Mădălin (12), Oboacă Florentina (12), Merdele Mirale Adina (11).

Clasa a VI-a P: Popovici Irena (3), Băntăreanu Nicoleta (11), Ichiș Radu Laurențiu (19), Ilieșanu Ana Maria (19), Bubulac Anca Livia (9), Popescu Dana (9), Crăciun Alina (14), Băzoi Marcela (10).

Clasa a VII-a C: Mușat Radu Daniela (42), Ilieșanu Paul (34).

Clasa a VII-a D: Hiriș Cătălin (12), Leu Florentina (17), Stoianescu Cristian (20), Constantinescu Traian Bogdan (13).

Școala generală nr.33: Clasa a VI-a B: Ungureanu Lavinia (12), Coșciș Sorin (12), Găbriescu Laurențiu (17), Chirăș Steliana (20), Sălcă Gina (16), Boca Dana Juliana (12).

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | V | O | G | A | D | R | O |
|   |   | M | A | I | E | R |   |
|   |   | P | L | A | N | C | K |
|   |   | K | I | R | C | H | H |
| S | N | E | L | L |   |   |   |
|   |   | O | E | R | S | T | E |
|   |   | O | H | M |   |   |   |
| V | A | R | I | G | N | O | N |
|   |   | S | A | V | A | R | T |
| B | A | C | A | L | O | G | L |
|   | A | R | H | I | M | E | D |
|   |   | C | L | A | P | E | I |
| H | O | O | K | E |   |   |   |
| K | E | L | V | I | N |   |   |

Dezlegarea aritmogrifului din numărul precedent.

Negoescu Simona Petronela  
cls. a VIII - a A  
Școala nr. 7 Brăila

**REVISTA "EVRIKA"**  
urează tuturor cititorilor și colaboratorilor  
un sincer  
**LA MULȚI ANI !**



Redacția: BRĂILA 6100, Of. P.T.T. 3, Casașta poștala 309

Telefon: 094 / 646851

Editor: profesor EMILIAN MICU

Prețul 70 lei



