

ANUL I Nr. 10-11

Iunie-Iulie

1991

Curia!



FIZICA

pentru toate vârstele

EXAMENE DE TREAPTA,

REDACTIA SI ADMINISTRATIA: BULEVARUL DE LA DOINA, NR. 10, BUCURESTI

FRESNEL

1788 - 1827

S-a născut la Brégelle (Franța). Tatăl său fiind architect, l-a dirijat spre o profesie înrudită. La vârsta de 16 ani și jumătate fu primit în Școala Politehnică pe care o absolvă obținând titlul de inginer de poduri. Pînă în 1814 prime diferite însărcinări în calitate de inginer. Datorită unui act de răzvrătire împotriva împăratului a fost destituit. În continuare activitatea lui s-a îndreptat spre fizică. La 28 decembrie 1814 el scria unui prieten: "Nu știu ce se înțelege prin polarizația luminii; roagă-l pe unchiul meu M. Morice să-mi trimită lucrările din care aş putea să mă luminesc". Opt ani după aceea el făcuse deja importante descoperiri în acest domeniu. În 1819 obține premiul Academiei de științe pentru cercetările efectuate în domeniul difracției luminii, iar în 1823 fu primit în rândurile academicienilor.

Primele cercetări ale lui Fresnel au avut ca obiect fenomenul dublei refracții studiat la început de către Huyghens. Apoi adînci te studiul fenomenului de interferență care mai fusese studiat de către Grimaldi, apoi de către Hooke și de către Young care a considerat pentru prima dată diferența de fază dintre oscilațiile ce se suprapun. Fresnel a stabilit însă cu precizie condițiile în care poate avea loc acest fenomen. Prin dispozitivul denumit "oglinziile lui Fresnel" a realizat condițiile de interferență.

Pentru explicarea difracției Fresnel pornește de la principiul lui Huyghens pe care-l completează cu ideea interferenței fasciculelor ce pornesc de la porțiuni distincte ale frontului de undă. Folosind metoda intuitivă a construcției zonale el explică propagarea rectilinie a luminii și abaterile pe care le suferă această propagare în prezența obstacolelor, adică explică fenomenul de difracție. Completînd principiul lui Huyghens cu noțiunea de interferență, a dat acestuia principiu un sens fizic. Principiul lui Huyghens-Fresnel permite studierea problemei referitoare la intensitatea undei rezultante după diferite direcții, de deci posibilitatea rezolvării problemei difracției luminii.

Cele din urmă lucrări ale lui Fresnel întreprinse în colaborare cu Arago, au avut ca obiect polarizarea luminii. Ei au determinat condițiile în care cele două raze polarizate pot interfera. Fresnel a explicat fenomenul de polarizare rotatorie, considerîndu-l ca o formă specială de birefringență. Studiul luminii polarizate l-a condus pe Fresnel la rezultatul că unda luminoasă este transversală, fapt care împreună cu alte constatări, a dus la părăsirea ipotezei eterului cosmic.

În scurta sa viață, Fresnel a adus însemnate contribuții la dezvoltarea cunoștințelor referitoare la fenomenele luminoase, numele lui rămînînd totdeauna legat de marile descoperiri din optică.



INTERFERENȚA LUMINII în lame cu fețe plan paralele

În studiul interferenței undelor luminoase coerente produse prin reflexie sau refracție, pe lame subțiri, calculul diferenței de drum optic prezintă unele dificultăți legate de faptul că nu întotdeauna unda reflectată este în fază, pe suprafața de separare a mediilor, cu unda incidentă. Deoarece există unele discuții, pe această temă, iar în manualul actual de fizică pentru clasa a XI-a defazaajul dintre unda reflectată și unda incidentă este introdus în mod eronat, considerăm că este util să revenim, mai în detaliu, asupra acestei probleme.

Se știe că domeniile din spațiu caracterizate de un câmp electric cu intensitatea E , respectiv un câmp magnetic cu intensitatea H , posedă densități volumice de energie corespunzătoare:

$$w_e = \frac{\epsilon E^2}{2} ; w_m = \frac{\mu H^2}{2} \quad (1)$$

Lumina este o undă electromagnetică transversală în care vectorii câmp electric E și câmp magnetic H vibrează perpendicular între ei și perpendicular pe direcția de propagare a luminii. Densitatea volumică de energie electromagnetică în domeniile de propagare a luminii este:

$$w = w_e + w_m \quad (2)$$

Deoarece în procesul de propagare a luminii câmpurile electrice și magnetice se alternează reciproc, avem:

$$w_e = w_m ; \sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H \quad (3)$$

Astfel, densitatea volumică de energie electromagnetică în domeniile de propagare a luminii este:

$$w = \epsilon E^2 \quad (4)$$

Intensitatea luminii reprezintă energia transportată de unda electromagnetică, în unitatea de timp, prin unitatea de arie a unei suprafețe perpendiculare pe direcția de propagare

$$I = \Delta W / \Delta A \Delta t \quad (5)$$

Dacă se consideră un element de volum sub formă cilindrică cu aria bazei A și lungimea $v \Delta t$ (fig. 1), atunci:

$$\Delta W = w S v \Delta t ; I = w v \quad (6)$$

unde v este viteza de propagare a luminii în mediul respectiv;

$$v = 1/\sqrt{\epsilon \mu} \quad (7)$$



Fig. 1

Din formulele (4), (6) și (7) se obține expresia intensității luminii.

$$I = \epsilon^2 \sqrt{\epsilon/\mu} E^2 \sqrt{\epsilon/\mu} = \epsilon^2 \sqrt{\epsilon/\mu} E^2 = n^2 \epsilon \sqrt{\epsilon/\mu} E^2 \quad (8)$$

unde $n = \sqrt{\epsilon/\epsilon_0}$ este indicele de refracție al mediului în care se propagă lumina.

În formula (8) am ținut seama de faptul că pentru mediile dielectrice transparente permeabilitatea relativă este $\mu = 1$.

Vom considera că pe suprafața de separare a 2 medii transparente cu indici de refracție n_1 , respectiv n_2 , cade normal o undă luminoasă total polarizată, pentru care planul de vibrație este planul desenului (fig. 2):

Menționăm că alegerea acestui caz particular este legată numai de intenția de a simplifica calculele, dar rezultatele obținute sînt valabile indiferent de unghiul de incidență.



Fig. 2.

și de starea de polarizare. Să presupunem că, la un moment t , intensitatea cîmpului electric în unda incidentă, pe suprafața de separare a mediilor, este E_y , iar unda reflectată și unda refractată valorile corespunzătoare sînt E_1 și E_2 . Deoarece undele electromagnetice sînt transverse, intensitățile E_1 , E_y și E_2 ale cîmpurilor electrice din cele trei unde sînt tangente la suprafața de separare a celor două medii.

Cette simplu să ne imaginăm că apropiindu-ne de suprafața de separare a mediilor, din dreapta sau din stînga, trebuie să măsurăm, pe suprafața respectivă, aceeași intensitate a cîmpului electric. Aceasta înseamnă că pe suprafața de separare a mediilor, componentele tangențiale ale intensităților cîmpului electric nu variază în salt, ci în mod continuu.

Relația de continuitate este:

$$E_y + E_{1y} = E_{2y} \quad (9)$$

Pe suprafața de separare a celor două medii este valabilă legea conservării energiei, ceea ce înseamnă că intensitatea unei incidente I , este egală cu suma dintre intensitatea undei reflectate I_1 și intensitatea undei refractate I_2 :

$$I = I_1 + I_2; \quad n_1 E_y^2 = n_1 E_{1y}^2 + n_2 E_{2y}^2 \quad (10)$$

Înlocuind pe E_{1y} din formula (9) în formula (10), rezultă relația:

$$E_{2y}^2 = 2n_1 E_y E_{1y} / (n_1 + n_2) \quad (11)$$

Deoarece termenul din partea stîngă a acestei relații este totdeauna pozitiv, înseamnă că și termenul din partea dreaptă este, la fel, întotdeauna pozitiv, adică:

$$E_{2y} E_y > 0 \quad (12)$$

Significația acestei inegalități este foarte importantă, întrucît ne indică faptul că pe suprafața de separare a celor două medii, vectorii cîmp electric E și E_y , componenți ai unei refracții, vibrează totdeauna în același sens, adică în fază. Cu alte cuvinte, prin refracție nu apare nici un salt în faza undei.

Din formulele (9) și (11) se obține:

$$E_{1y} = E_{2y} - E_y = 2n_1 E_y / (n_1 + n_2) = E_y (n_1 - n_2) / (n_1 + n_2) \quad (13)$$

Această egalitate ne conduce la următoarele concluzii:

1. Dacă $n_2 < n_1$, proiecția pe axa OY ale vectorilor cîmp electric E și E_1 , ce compun unda incidentă și unda reflectată, au același sens, adică vibrațiile în unda reflectată și unda incidentă, pe suprafața de separare a mediilor, sînt în fază. Rezultă că în cazul reflexiei dintr-un mediu cu indice de refracție mai mare pe unul cu indice de refracție mai mic ca, de exemplu, din sticlă în aer, faza undei incidente variază continuu și nu în salturi.

2. Cînd $n_2 > n_1$, sensul proiecției E_{1y} e opus sensului proiecției E_y , ceea ce înseamnă că vibrațiile în unda reflectată, pe suprafața de separare a mediilor, sînt în opoziție de fază față de vibrațiile în unda incidentă, adică prin reflexie, faza undei se schimbă cu π radiani.

Acest salt al fazei cu π radiani e echivalent cu o diferență de drum:

$$\Delta r = \lambda / 2 = \lambda / 2 \quad (14)$$

Așadar, cînd lumina se propagă în aer și se reflectă de suprafața de separare aer-sticlă este ca și cum în trecutul reflexiei ar par-

curgea un drum suplimentar, de mărime egală cu jumătate de lungime de undă. Unele expresii ca "pierderea unei semiunde", utilizată în multe manuale, produce de multe ori confuzii în sensul că nu se știe dacă $\lambda/2$ intră cu semnul plus, sau cu semnul minus, în expresia diferenței de drum optic. Desigur că semnul cu care intră $\lambda/2$ depinde de condițiile concrete pentru care se calculează diferența de drum optic. Un lucru e, însă, cert și anume că dacă după reflexie pe suprafața de separare aer-sticlă, raza reflectată a parcurs un drum geometric de lungime d , atunci drumul optic pentru raza respectivă este $d + \lambda/2$ și nu $d - \lambda/2$.

În dispozitivul de interferență a lui Young se formează fascicule de lumină coerente prin, așa numita, metodă a divizării frontului de undă, deoarece sursele coerente provin în fiecare moment din același front de undă.

Un fascicul de lumină poate fi divizat în două, sau mai multe, fascicule coerente și prin utilizarea unei, sau a mai multor suprafețe, pe care lumina incidentă este parțial reflectată și parțial transmisă. Prin suprapunerea fasciculelor astfel obținute se realizează fenomenul de interferență. Se spune că, în aceste cazuri, fasciculele coerente se obțin prin metoda ci vișrii amplitudinii.

Această metodă prezintă avantajul că permite utilizarea unor surse de lumină întinse și considerăm că pe o lamă cu fețele plan paralele code lumina provenită de la o sursă de lumină S , întinse și paralelă cu planul de incidență (Fig. 3).

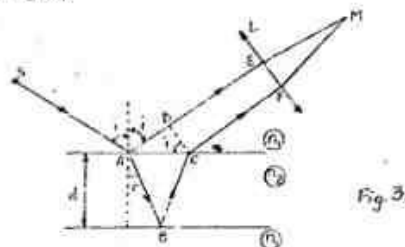


Fig. 3.

Pazele de lumină AE și CF , provenite de la aceeași rază SA , sînt paralele, ceea ce înseamnă că o lamă cu fețe plan paralele, iluminată de la o sursă intensă, paralelă cu planul de incidență, formează franje de interferență localizate la infinit. Aceste franje pot fi observate și direct cu ochiul acomodat la infinit, dar din punctul de vedere experimental este mai comod să fie studiate în planul focal al unei lentile convergente L . Din figura 3 se observă că diferența de drum optic dintre razele $SABCF$ și SAE este:

$$\delta = n_2 (AB + BC) - (n_1 AD + \lambda / 2) \quad (15)$$

Am considerat, la fel ca în cele ce urmează, că $n_2 > n_1$.

Pe bază notațiilor indicate în figura 3 avem:

$$AB = BC = d / \cos r; \quad AD = AC \sin i = 2d \cdot \sin i \cdot \sin r \quad (16)$$

iar din legea refracției:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (17)$$

Utilizînd expresiile (16) și (17) rezultă diferența de drum optic:

$$\begin{aligned} \delta &= n_2 \frac{2d}{\cos r} - \frac{2n_1 d \sin i \cdot \sin r}{\cos r} - \frac{\lambda}{2} = \\ &= 2n_2 d \left(\frac{1}{\cos r} - \frac{\sin^2 r}{\cos r} \right) - \frac{\lambda}{2} = \\ &= (2n_2 d (1 - \sin^2 r) / \cos r) - (\lambda / 2) = 2n_2 d \cos r - (\lambda / 2) \end{aligned} \quad (18)$$

În planul focal al lentilei L se obțin franje luminoase dacă este satisfăcută condiția:

$$2n_2 d \cos r = (\lambda/2) = 2m \lambda/2 \quad (19)$$

unde $m=0,1,2,\dots$ este denumit ordin de interferență.

Această condiție mai poate fi scrisă și sub forma:

$$2n_2 d \sqrt{1 - \sin^2 r} = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} = (2m+1) \lambda/2 \quad (20)$$

Pentru obținerea franjelor de intensitate minimă trebuie să fie satisfăcută condiția:

$$2n_2 d \cos r = (\lambda/2) = (2m+1) \lambda/2 \quad (21)$$

sau:

$$2n_2 d \sqrt{1 - \sin^2 r} = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} = 2m \lambda/2 \quad (22)$$

Din formulele (20) și (22) rezultă că franjele luminoase, sau întunecoase, ce se obțin în planul focal al lentilei L , depind numai de valoarea unghiului de incidență i și de aceea se numesc franje de egală înclinare.

Adică, la formarea unei franje, luminoase sau întunecoase, contribuie toate razele care cad pe lamă sub același unghi de incidență i , în diferent de punctul de proveniență aflat pe suprafața de lumină S . De asemenea, franjele de interferență reprezintă contribuțiile tuturor punctelor de pe suprafața lamei, ceea ce înseamnă că franjele de egală înclinare pot fi observate numai cu lame riguros plan-paralele și numai în lumină monocromatică. Pe această concluzie se bazează una dintre metodele interferențiale de verificare a planității lamelor subțiri.

Interferența prin lame cu fețe plan paralele se poate observa și în lumină transmisă. (fig.4)

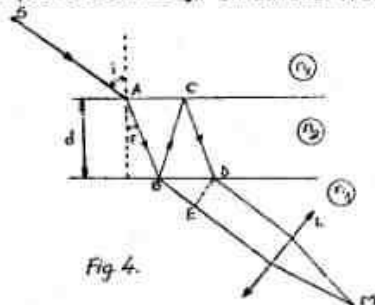


Fig. 4.

În acest caz diferența de drum optic este:

$$\delta = n_2(BC+CD) - n_1 BE = 2n_2 d \cos r = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \quad (23)$$

Pentru obținerea franjelor luminoase trebuie să fie satisfăcută relația:

$$2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} = 2m \lambda/2 \quad (24)$$

Iar franjele întunecoase se obțin dacă:

$$2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} = (2m+1) \lambda/2 \quad (25)$$

Se constată că între franjele de egală ordin de interferență produse prin transmisie, respectiv prin reflexie există o diferență de fază egală cu π , respectiv o deosebire între diferența de drum optic egală cu $\lambda/2$.

Dacă lumina incidentă este albă, condițiile de maxime, sau minime de interferență vor fi satisfăcute, pentru un unghi de incidență i , numai de anumite valori ale lungimii de undă, respectiv de anumite culori.

Aceasta conduce la faptul că lama va apărea irizată, într-o anumită culoare. Așa se explică fenomenul, cunoscut sub numele de culorile lamelor subțiri, ce poate fi observat pe peliculele bolonazelor de săpun, pe petele de ulei sau de petrol care apar pe suprafața apei de pe străzi, etc.

Traian I. Crețu, Liviu M. Dinicș.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ

Brăila 1991

PROBE EXPERIMENTALE

Clasa a IX-a

Dispuneti de un tub cilindric în care sînt așezate alternativ 2 corpuri cilindrice de dimensiuni identice, avînd densitățile: $\rho_1 = 6,5$ și $\rho_2 = (2/3) \rho_1$, unde $\rho_1 = 200 \text{ kg/m}^3$ este densitatea materialului din care este confecționat tubul.

Proiectați și realizați un experiment prin care determinați, folosind sfoara și rigla existente pe masa de lucru.

Se cunosc: $S_1/S_2 = 1,28$ unde S_1 este aria secțiunii transversale exterioare a tubului; S_2 aria secțiunii transversale interioare a acestuia (egală cu aria secțiunii transversale a corpurilor din tub);

$$1+2+\dots+n = n(n+1)/2$$

BAREM PENTRU APRECIEREA PROBEI DE LABORATOR

Clasa a IX-a

Din oficiu 1p.

Formularea ideii necesității măsurării forței centrului de masă.

Figura 4p.

$$\text{Ecuațiile: } Mx_{cm} = \sum m_i x_i$$

$$M = \sum m_i \quad 1p$$

Explicarea ecuației pentru situații concretă a problemei 2p.

Calculul cu obținerea rezultatului corect 2p.

Total 10p.

PROBE EXPERIMENTALE

Clasa a X-a

Folosind aparatele și materialele aflate pe masa de lucru (un ceas, o încălțătoare calorică, un lichid cu $c = 4200 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, un încălzitor, un termometru, o substanță insolubilă în lichidul dat și hîrtie milimetrică), studiați proprietățile termice ale substanței date în domeniul de temperatură cuprins între $30-100^\circ\text{C}$ și determinați constantele sale termice.

Rezultatele se vor prezenta într-un tabel și în formă grafică.

Masele lichidului și a substanței utilizate sînt date.....

(Puterea încălzitorului se consideră constantă)

Durata lucrării de laborator este de 1,0 h iar elaborarea referatului 1,0h.

Clasa a XI-a

Pe masa de lucru se găsesc:

1. Un balon sferic de sticlă cu grosimea peretelui neglijabilă;

2. O sticlă care conține un lichid necunoscut;

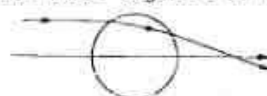
3. Un tub capilar cu indicele de refracție $n=1,5$;

4. O riglă milimetrică;

5. Un ecran;

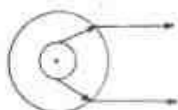
6. O seringă.

A. Considerînd o sursă de lumină suficient de depărtată (becul din tavan, sau Soarele), o incidentă a razelor pe sferă la un unghi mic ($\sin i \approx i$) și utilizînd o metodă cunoscută, se determină indicele de refracție al lichidului necunoscut.



B.Să se reprezinte grafic schema și principiul de funcționare al unui interferometru care utilizează sfera transparentă.

C.Utilizând o metodă de genul celei suferate de figura de mai jos, să se evalueze raza capilarului (r_0), știind că aceasta e mult mai mică decât raza R a tubului în care este practicat capilarul.



NOTA: Se va elabora un referat conținând: a) metoda teoretică; b) rezultatele experimentale obținute; c) erorile care afectează rezultatele obținute la punctele A și C (calitativ și cantitativ).

Durata lucrării: este de $2 \times 1.1/2 = 3$ h. Rezolvarea cerințelor de mai sus asigură punctaj maxim.

Pot fi utilizate însă orice alte metode de cercetare.

Clasa a XII-a

A. Aveți la dispoziție următoarele: un ampermetru, un voltmetru, o rezistență variabilă, un bec, două surse de tensiune, un band optic cu cârlăreți, conductoare cu două borne electrice, hîrtie milimetrică.

1. Utilizând curenți de cel mult 5 mA ($I < 5$ mA) și tensiuni de cel mult 5V ($U < 5$ V) să se realizeze două obiecte: un bec și un fotocel.

Să se justifice opțiunea.

2. Să se ridice caracteristica I-U la întineric pentru obiectul considerat (minimum 5 puncte experiment-distingte).

3. Să se imagineze o metodă de obținere a 5 fluxuri luminoase distincte și determinare presupunînd filamentul becului punctiform și că la puterea nominală, randamentul luminos este de 5 %.

4. Să se ridice caracteristica I-U la cele 5 fluxuri luminoase (minimum 5 puncte experimentale distingte).

5. Să se reprezinte grafic curentul electric în funcție de fluxul luminos pentru o tensiune de 2 V. Să se comenteze rezultatul.

B. Întrebări

1. Într-un experiment de tip Dörson - Germer se obține o curbă de forma $I = f(V/U)$. Cum poate fi utilizată această curbă pentru determinarea constantei lui Planck (considerînd cu neocuzi calități parametrizate)?

2. Cît de precis poate fi localizat un electron, într-un microscop (experiment mental)?

3. Poate fi utilizată forma spectralului radiației luminoase ca argument experimental în favoarea teoriei cuantice? Argumentați răspunsul.

Observație: Durata realizării lucrării experimentale este de 1 (una) oră.

Durata redactării referatului și a răspunsurilor la întrebări este de 1,5 ore.

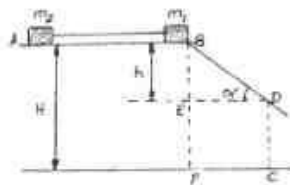
Subiectele pentru selecția LOTULUI NATIONAL

Problema I

Se dă sistemul de corpuri din figură, acestea avînd raportul între mase $k = m_1/m_2$. Impulsul unui mic impuls cornului de masă m_1 începe să alunecă pe planul înclinat AB. După părăsirea acestui ajunge la sol în punctul C, punct ce reprezintă piciorul perpendicularei dusă din B pe planul orizontal, $rs = m_1 \sin \alpha$, unde α este unghiul

res elastică o fracțiune f din energia sa.

Să se calculeze accelerația sistemului imediat înainte de ciocnire. Se cunosc înălțimea $AB = h$, $BE = h$ și accelerația gravitațională g . Se presupune că lungimea firului inextensibil și fără masă este astfel încît corpul de masă m_2 rămîne tot timpul așezat pe



planul AB.

Prof. Radu Octavian
Liceul "Decebal" București

Problema II

Doi plăci plane formează între ele un unghi diedru 2α foarte mic. Acest sistem se scufundă într-un lichid care udă perfect plăcile. Scufundarea se face în următoarele moduri:

I. Cu muchia perpendiculară pe suprafața lichidului.

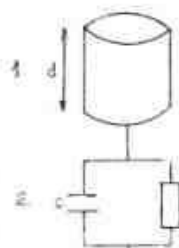
II. Cu muchia paralelă cu suprafața lichidului și planul bisector al diedrului perpendicular pe suprafața lichidului. Distanța dintre muchia diedrului și suprafața lichidului este h . Se cere: a) expresia ascensiunii lichidului în situațiile date. b) să se studieze stările de echilibru ale coloanei de lichid în situațiile considerate.

Problema III

Într-un semiconductor intrinsec, aflor la temperatură foarte scăzută, pot fi incluse excitații ale electronilor care conțin în menținerea unui cuplaj coulombian între un electron și golul său, ansamblul putînd fi asimilat cu un atom hidrogenoid excitat (mase m_e , m_p ; viteze v_e , v_p). Dacă energiile electronilor, respectiv golurilor, sînt date de expresiile $E_e = E_g + (1/2)m_e v_e^2$ și $E_g = (1/2)m_p v_p^2$, unde E_g este energia benzii interzise, să se determine spectrul energetic al ansamblului (numit exciton) și să discute rezultatul obținut.

Problema IV

Comportarea unui element cilindric de dielectric cu ϵ și G sub acțiunea unui cîmp electric alternativ $E(t)$ de frecvență ω poate fi descrisă de schema echivalentă din figură unde C și R sînt



respectiv, capacități și rezistențe electrice. Se definesc unghiul de pierdere electrice ca raport al puterilor activă și reactivă corespunzînd circuitului $\tan \delta = P/P_r$, iar permitivitatea "efectivă" a circuitului ϵ_{ef} drept permitivitatea unui dielectric perfect electroizolant ($G=0$) pentru care aceeași variație $\Delta E / \Delta t = f(t)$ produce același curent $I(t)$ prin elementul spațial considerat. Se cere: a) Să se deducă expresia $\tan \delta$ în funcție de ϵ , G , ω . b) Să se deducă expresia lui ϵ_{ef} în funcție de ϵ și $\tan \delta$. c) Să se indice cu justificări schema electrică echivalentă și să se definească prin analogie-tangenta unghiului de pierdere magnetice $\tan \delta_m$ și să se deducă expresia sa în funcție de rezistența electrică R , care corespunde (prin legea Joule) pierderilor magnetice și inductanța L a elementului spațial con-

siderat al unui material magnetic. d) Se de-
finesc prin analogie permeabilitatea efectivă
de μ_e și se deducă expresia sa în funcție
de μ și $\text{tg } \delta_m$. e) Se calculează viteza pro-
pagării unei unde electromagnetice într-un me-
diu cu $\epsilon_r=2$, $\mu_r=1.5$, $\text{tg } \delta = 1/\sqrt{3}$ și $\text{tg } \delta_m =$
 10^{-2} .

Probleme propuse pentru LICEU

Clasa a IX-a

1. Se știe că ecuația unei plane, care
are expresia $y = A \sin((t/T) - (x/\lambda))$ depinde de
doi parametri t și x . e) Ce exprimă ecuația când
se dă o anumită valoare parametrului t ? Dar
când se fixează valoarea parametrului x ? Cal-
culați diferența de fază a mișcării oscilatorii
în același punct din mediu la un interval de
timp egal cu o perioadă. c) Calculați dependența
de fază a mișcării oscilatorii în două puncte
afiate pe o direcție de propagare la o distanță
de $\lambda/4$.

2. Explicați pe baza teoriei cunoscute
în manual: a) operația de acordare a instrumente-
lor cu corzi (prin întinderea sau slăbirea cor-
zii la rotirea unei cheițe de la capătul gîtu-
lui instrumentului); b) acțiunea de schimbare a
notei pe o coardă acordată prin modificarea po-
ziției degetului pe gîtul instrumentului.

3. Propuneți un experiment prin care se
realizează polarizarea plană a undelor mecanice.
Modificați planul de polarizare cu un al doilea
polarizor pînă la extincție. Explicați mecanic
polarizarea sau schimbarea planului de polari-
zare.

Prof. Gheorghe Gheșcu - București

4. Un pendul gravitațional de lungime
 $l=0,6$ m oscilează cu amplitudinea unghiulară
de 60° . Masa bilei pendulului este $m=0,5$ kg și
se consideră $T=2\pi$ s. Se determină: a) pe-
rioda pendulului în condiții de izocronism;
b) energia potențială și energia cinetică a pen-
dulului în momentul cînd firul formează cu ver-
ticala unghiul de 30° ; c) tensiunea din firul
pendulului în acest moment, cît și tensiunea ma-
ximă din firul pendulului; d) viteza bilei în mo-
mentul cînd firul formează 30° , cît și viteza ma-
ximă a pendulului. ($T=1,6$ s; $E_p=0,33$ J; $E_c=1,17$ J;
 $F=10,2$ N; $F_{\max}=12,8$ N; $v=2,14$ m/s; $v_{\max}=2,53$ m/s)

5. Aflați amplitudinea unghiulară cu co-
re oscilează un pendul gravitațional, dacă rapor-
tul dintre tensiunea maximă și cea minimă din
firul pendulului este 4. ($\alpha=60^\circ$)

6. Un fir de lungime oarecare inextensi-
bil și fără greutate, de care este atîrnată o ma-
să m , poate descrie un cerc în plan vertical. Fi-
rul este în a tensiune maximă $F=30$ N, care se
produce cînd acesta deabia poate să descrie cer-
cul în plan vertical. Să se determine: a) masa m ;
b) tensiunea maximă din fir cînd acesta oscilează
cu amplitudinea unghiulară de 60° . ($m=0,5$ kg;
 $F_{\max}=10$ N)

7. Un pendul gravitațional oscilează cu
amplitudinea unghiulară de 60° . Tensiunea maximă
din firul pendulului este 20 N, iar lungimea fi-
rului $l=0,9$ m. Determinați impulsul pendulului
în momentul cînd acesta trece prin poziția de
echilibru. ($p=3$ N.s)

8. Un pendul gravitațional de lungime
 $l=0,4$ m oscilează cu amplitudinea unghiulară de
 30° . a) Scrieți ecuația de oscilație a proiecției
normale a bilei pendulului pe un plan ori-
zontal, ecuația vitezei și determinați viteza ma-
ximă; b) scrieți ecuația de oscilație a proiec-
ției radiale a bilei pendulului pe un plan ori-
zontal situat la distanța $d=0,2$ m de bila pen-
dulului aflată în poziție de echilibru. Se con-
sideră oscilațiile izocrone și se ia $g=10$ m/s².

($y=0,2 \sin \omega t$; $v=\cos \omega t$; $v_{\max}=1$ m/s; $y=0,2 \sqrt{3} \sin \omega t$)

9. Un pendul matematic oscilează cu am-
plitudinea unghiulară de 60° . Se găsește un
cîr orizontal la distanța l_1 de punctul material
astfel că acesta începe să se rotească în plan
vertical. Determinați lungimea inițială l a fi-
rului pendulului, cunoscînd că $l_1/l=5$. Determina-
ți viteza maximă și viteza minimă de rotație a
punctului material. ($l=1$ m; $v_{\max}=10$ m/s; $v_{\min}=10/2$ m/s)

10. Un pendul gravitațional oscilează cu
amplitudinea unghiulară de 60° . În momentul cînd
firul formează cu verticala unghiul de 30° , bila
pendulului are viteza tangențială $v=2$ m/s. Deter-
minați perioada de oscilație a pendulului în
condiții de izocronism. ($T=1,5$ s)

11. Determinați perioada de oscilație a
unui pendul gravitațional în condiții de izocro-
nism, în funcție de viteza maximă a pendulului
cît și de amplitudinea unghiulară. Coef. numeric
 $v_{\max}=2$ m/s; $\alpha=30^\circ$. ($T=2\pi \sqrt{l/g(1-\cos \alpha)}$; $T=3,5$ s)

12. O tijă rigidă oscilează cu o anumită
amplitudine unghiulară. În momentul cînd tijă
formează cu verticala un unghi egal cu jumătatea
amplitudinii unghiulare, energia cinetică a
dublu energiei potențiale. Determinați amplitu-
dinea unghiulară. ($\alpha=120^\circ$)

13. Un pendul gravitațional oscilează cu
amplitudinea unghiulară de 60° , într-un ascensor
aflat inițial în repaus. Ascensorul începe să ur-
ce cu accelerația constantă astfel că tensiunea
maximă din firul pendulului crește de $1,2$ ori.
Determinați accelerația cu care urcă ascensorul
($a=4$ m/s²)

14. Un pendul gravitațional de masă $m=0,5$ kg,
oscilează într-un ascensor care urcă cu
accelerația $a=g/4$. Amplitudinea unghiulară a pen-
dulului atînd cînd ascensorul este în repaus
este de 60° . Determinați tensiunea maximă din fi-
rul pendulului cînd ascensorul urcă accelerat.
($F=(m+3g-2g \cos \alpha)=11,25$ N)

15. Un pendul gravitațional oscilează
într-un vagon care se deplasează uniform accele-
rat pe orizontală. Perioada de oscilație a pen-
dulului este de n ori mai mică decît în cazul
cînd vagonul este în repaus (sau se mișcă recti-
liniu și uniform). Determinați accelerația cu ca-
re se deplasează vagonul. ($a=g \sqrt{n^2-1}$)

16. Un vagon se deplasează rectiliniu și
uniform cu $v_0=20$ m/s. De platforma vagonului este
atîrnat un pendul gravitațional care se află în
repaus. La un moment dat vagonul începe să frî-
neze cu accelerația constantă, oprindu-se. După o-
prire pendulul oscilează cu amplitudinea unghi-
ulară maximă, iar tensiunea maximă din fir în ti-
pul oscilației este dublă tensiunii din fir din
poziția de echilibru. Determinați spațiul de o-
prire al vagonului. ($s=20 \sqrt{3/5}$ m)

17. Un pendul gravitațional de masă $m=1$ kg,
oscilează într-un ascensor fiind satisfăcută
relația $\cos \alpha_1 / \cos \alpha_2 = 5/3$, unde α_1 este am-
plitudinea unghiulară de oscilație a pendulului
cînd ascensorul urcă cu accelerația $a=g/4$, iar
 α_2 amplitudinea unghiulară de oscilație a pen-
dulului cînd ascensorul coboară cu accelerația
 $a=g/4$ m/s². Să se determine: a) amplitudinea un-
ghiulară α_1 ; b) tensiunile maxime din firul pen-
dulului în cele trei situații de oscilație. ($\alpha_1=60^\circ$;
 $F_1=20$ N; $F_2=22,5$ N; $F_3=17,5$ N)

18. Într-o rachetă se află suspendat un
fir inextensibil de care este atîrnat un corp
punctiform care poate descrie un cerc în plan
vertical. În poziția de echilibru i se imprimă
corpului o viteză inițială orizontală minimă
care-i permite să descrie cercul în plan verti-
cal. Să se determine: a) cu ce accelerație tre-
buie să urce vertical racheta pentru ca firul
să oscileze cu amplitudinea unghiulară de 60° ;
b) care ar trebui să fie accelerația rachetei, da-
cî în loc de fir avem o tijă rigidă de aceeași
lungime. ($a_1=4g$ m/s²; $a_2=5g$ m/s²)

19. Cunoșcând lungimea l a unui pendul gravitațional, scrieți formula perioadei de oscilație în condiții de izocronism a acestui pendul într-un ascensor care urcă sau coboară vertical cu accelerația a . Arătați în ce condiții ar putea să oscileze acest pendul dacă ascensorul coboară cu accelerația a mai mare ca g . Ce se întâmplă cu oscilația pendulului dacă ascensorul coboară liber (se rupe cablul ascensorului) Cunoșcând amplitudinea unghiulară α cu care oscilează pendulul când ascensorul este în repaus, determinați amplitudinea de oscilație a pendulului în situația când ascensorul urcă cu accelerația a , iar apoi în situația când ascensorul coboară cu accelerația a . (Răspunsurile la această problemă le găsiți în articolul din acest număr "Pendulul gravitațional").

20. Să se determine: a) perioada de oscilație a unui pendul gravitațional, dacă în orice moment al oscilației energia cinetică a pendulului este numeric egală cu forța centrifugă ce acționează asupra pendulului; b) valoarea amplitudinii unghiulare dacă energia cinetică maximă este numeric egală cu impulsul maxim. ($T = 2,8$ s; $\alpha = \arccos 0,9$).

21. Un pendul gravitațional oscilează într-o rachetă, cu amplitudinea unghiulară de 30° când racheta urcă uniform accelerat. Dacă racheta coboară uniform accelerat cu aceeași accelerație, pendulul oscilează cu amplitudinea unghiulară de 60° . Determinați accelerația rachetei. ($g = 9,75$ m/s²).

22. De câte ori trebuie mărită masa unui pendul gravitațional pentru ca acesta să se rupă în cazul când oscilează cu amplitudinea unghiulară de 30° , dacă inițial firul s-ar fi rupt dacă ar oscila cu amplitudinea de 60° ? (de 1,58 ori).

23. De plafonul unui vagon se suspendă un fir de care se atâră un corp de masă m . Cădere. Firul rezistă la o forță egală cu dublul greutății. Vagonul se mișcă rectiliniu și uniform, iar la un moment dat începe să frîneze. Determinați valoarea maximă a accelerației de frînare pentru ca firul să nu se rupă după ce se oprește vagonul. ($g = 9,75$ m/s²).

24. Un pendul gravitațional atârnat de o cup-lă are lungimea $l = 5\sqrt{3}$ m. Se scoate pendulul din poziția de echilibru astfel că firul să formeze cu verticala unghiul de 30° . Determinați cu ce viteză inițială trebuie aruncată bila pendulului după direcția firului, astfel ca pendulul să oscileze cu amplitudinea unghiulară de 30° . ($v_0 = 10$ m/s).

25. Un pendul gravitațional are lungimea $l = 0,8$ m. Din poziția de echilibru se aruncă bila pendulului sub un unghi de 60° , cu viteză inițială $v_0 = 4$ m/s. Firul pendulului se întinde perfect în momentul când bila ajunge la înălțimea maximă pe traiectorie. Determinați amplitudinea unghiulară cu care va oscila pendulul. ($\alpha = \arccos 7/16$).

26. Un pendul gravitațional se află în poziția de echilibru. Se aruncă obiectul bila pendulului, după o direcție ce formează cu orizontala unghiul de 30° , cu viteză $v = 5$ m/s. Firul se întinde perfect după un timp $t = 0,4$ s. Să se determine: a) lungimea firului; b) ce unghi formează firul cu verticala în acel moment. ($l = 7,3$ m; $\beta = \arcsin 5\sqrt{3}/38$).

27. Un pendul gravitațional oscilează cu amplitudinea unghiulară α ($\cos \alpha = 0,25$). Pentru ce elongație unghiulară α , unghiul format de direcția firului cu verticala este egal cu unghiul format de rezultanta forțelor ce acționează asupra bilei pendulului cu direcția firului? ($\alpha = 60^\circ$).

28. Determinați ce masă trebuie să aibă bila atârnată de un fir de cauciuc cu $E = 32 \cdot 10^8$ N/m² și secțiunea $S = 5$ mm², pentru a oscila cu aceeași perioadă cu care ar oscila pendulul gravitațional format dacă firul ar fi inextensibil ($m = 1,6$ kg).

29. Est posibil ca firul unui pendul gravitațional în poziție de echilibru, suspendat într-un vagon ce se mișcă cu viteză constantă, să formeze cu verticala un unghi? (Da, atunci când vagonul descrie o traiectorie circulară într-o mișcare uniformă).

30. De tavanul unui vagon este atârnat un pendul gravitațional în poziția de echilibru. Determinați cu ce viteză trebuie să se miște vagonul pe o traiectorie circulară de rază $r = 200$ m pentru ca firul pendulului să formeze cu verticala același unghi pe care l-ar forma dacă vagonul s-ar deplasa pe o traiectorie rectilinie cu accelerația constantă $a = 2$ m/s². ($v = 20$ m/s).

31. Un pendul gravitațional suspendat pe tavanul unui vagon aflat în repaus, are perioada de oscilație în condiții de izocronism $T = 2$ s. Determinați perioada de oscilație a pendulului atunci când vagonul se mișcă pe o traiectorie circulară cu viteză constantă în modul, iar firul pendulului în repaus formează în acest caz cu verticala unghiul de 60° . ($T = 1$ s).

32. Bila unui pendul gravitațional are densitatea $5 \cdot 10^3$ kg/m³. Determinați la ce înălțime deasupra Pământului trebuie ridicat pendulul, pentru a oscila cu aceeași perioadă în condiții de izocronism, ca atunci când ar fi introdus în apă ($\rho = 10^3$ kg/m³), neglijându-se rezistența apei. ($R = 0,1$ R, unde R este raza Pământului).

33. Într-un vagon care coboară o pantă fără frecare, oscilează în condiții de izocronism un pendul gravitațional de lungime $l = 0,32$ m. Determinați perioada de oscilație, dacă unghiul pantei este 30° . Se ia $T = 1,6$ s).

34. De un fir inextensibil de lungime $l = 0,9$ m, este atârnat un corp de masă $m = 1$ kg. Cădere. Acest corp se îndreaptă orizontal un alt corp de masă $m_1 = 0,5$ kg și viteză $v_1 = 9$ m/s, ciocnindu-l perfect plastic, încât sistemul începe să oscileze. Determinați perioada de oscilație în condiții de izocronism amplitudinea unghiulară și tensiunea maximă din firul pendulului. ($T = 0,6\pi$ s; $\alpha = 60^\circ$; $F_{\max} = 30$ N).

35. Două fire de aceeași lungime $l = 0,9$ m sînt suspendate în același punct la capetele celorlalte ale firelor sînt atârțate două corpuri punctiforme de masă $m_1 = 1$ kg și $m_2 = \sqrt{3}$ kg. Acestea sînt scoase din pozițiile de echilibru, astfel că primul formează cu verticala unghiul de 60° , iar al doilea unghiul de 30° . Sînt lăstate liber cele două corpuri încît se ciocnesc perfect plastic chiar în momentul cînd firele sînt verticale. Determinați perioada de oscilație, amplitudinea de oscilație, amplitudinea unghiulară și tensiunea maximă suportată de cele două fire. ($T = 0,5\pi$ s; $\alpha = \arccos 0,22$; $F_{\max} = 32$ N).

36. Pe o calotă sferică de rază $r = 0,9$ m și înălțimea $h = 0,1$ m, situată cu polul în jos, se lasă din marginea calotei să aluneca fără frecare un corp de masă $m = 1$ kg. Să se determine: a) perioada de oscilație în condiții de izocronism; b) viteză maximă a corpului; c) forța maximă și forța minimă cu care corpul apăsă asupra calotei sferice. Se ia $g = 10$ m/s². ($T = 0,6\pi$ s; $v_{\max} = \sqrt{2}$ m/s; $F_{\max} = 110/9$ N; $F_{\min} = 80/9$ N).

37. Explicați de ce undele transversale se propagă numai prin medii elastice solide, sau la suprafața liberă a lichidelor.

38. Un fir de cauciuc de lungime $l = 1$ m, suspendat vertical de un capăt, oscilează armonnic sub acțiunea propriei sale greutăți, cu perioada $T = \pi/3$ s. Determinați viteză undelor transversale cît și viteză undelor longitudinale ce se pot propaga prin acest fir. ($v_t = v_{lg} = 10$ m/s; $v_l = 2\sqrt{11}$ m/s).

39. Un fir elastic de lungime $l = 10$ m, atârnat vertical se alungește sub acțiunea propriei greutăți cu $\Delta l = 3$ cm. Determinați viteză undelor longitudinale prin acest fir. ($v_l = 10 \cdot \sqrt{g/2\Delta l}$).

40. Să se demonstreze că dacă un fir de masă m , lungime l_0 și constantă elastică k , sus-

pendat la unul din capete oscilind sub acțiunea propriei greutate, are aceeași perioadă de oscilație atât pentru oscilațiile armonice cît și pentru cele gravitaționale, atunci viteza undelor transversale ce se pot propaga prin acest fir este egală cu viteza undelor longitudinale.

41. O coardă de lungime $l=20$ m și masă $m=0,4$ kg este întinsă de o forță $F=2$ N. La unul din capete se produce o oscilație de ecuație $y=0,1 \sin 20\pi t$ (m). a) Să se determine lungimea de undă, cît și viteza undelor transversale; b) timpul după care unda ajunge la celălalt capăt al corzii; c) ecuația undei la distanța $x=5$ m de capătul unde se produce oscilația; d) defazajul între capăt și jumătatea corzii. ($v=10$ m/s; $\lambda=1$ m; $t=2$ s; $u=0,1 \sin(20\pi t - 10\pi x)$; $\varphi=20\pi$).

42. Două unde coerente de lungime de undă $\lambda=0,6$ m și amplitudini $A_1=5 \cdot 10^{-2}$ m și $A_2=3 \cdot 10^{-2}$ m interferează într-un punct care se află la distanța $x_1=4$ m de prima sursă și la distanța $x_2=4,1$ m de a doua sursă. Determinați amplitudinea rezultantă. ($A=7 \cdot 10^{-2}$ m)

43. Două unde coerente de amplitudini $A_1=10$ cm și $A_2=6$ cm, prin interferență într-un punct dau o amplitudine rezultantă $A=14$ cm. Determinați lungimea de undă a celor două unde, dacă diferența drumurilor parcurse de cele două unde pînă în punctul de interferență este $0,2\lambda$. ($\lambda=1,2$ m)

44. Două unde coerente de lungime de undă $\lambda=0,8$ m interferează. Ce valori pot lua diferențele între drumurile parcurse de cele două unde pînă în punctul de interferență pentru obținerea amplitudinii maxime cît și pentru amplitudinea minimă. ($\Delta x=0,8k$ pentru A și $\Delta x=(2k+1) \cdot 0,4$ m pentru $A_{\min}$, unde $k=0,1,2,3,\dots$)

45. Două unde coerente de lungime de undă 3 m, dau prin interferență o amplitudine rezultantă $A=21$ cm. Diferența dintre drumurile parcurse de cele două unde pînă în punctul de interferență este $0,5 \lambda$. Determinați amplitudinile celor două unde, dacă raportul lor este $A_1/A_2=5/3$. ($A_1=0,15$ m; $A_2=0,09$ m).

PROBLEME RECAPITULATIVE

1. Un corp de masă $m_1=1$ kg este aruncat vertical de jos în sus cu $v_0=20$ m/s. În același moment se dă drumul unui al doilea corp de masă $m_2=3$ kg, care se ciocnește perfect plastic cu primul în punctul de înălțime maximă al primului. (Se neglijează rezistența aerului). Să se determine: a) înălțimea de la care se lasă să cadă cel de-al doilea corp; b) viteza pe care o are sistemul în momentul cînd atinge pămîntul; c) timpul, din momentul inițial, după care este atins pămîntul; d) pierderea de energie cinetică în urma ciocnirii. ($h=160$ m; $v=50$ m/s; $t=6$ s; $\Delta E_c=600$ J).

2. Energia cinetică a unui corp aruncat oblic, scade pînă în momentul cînd atinge înălțimea maximă de 4 ori. Determinați: a) timpul cît durează mișcarea corpului; b) înălțimea maximă atinsă; c) ecuația traiectoriei corpului. ($t=5\sqrt{3}$ s; $h_{\max}=93,75$ m; $v_{\max}=\sqrt{3} \cdot x'/250$).

3. Asupra unui corp aflat pe o suprafață orizontală acționează o forță de tracțiune a cărei direcție formează cu orizontala unghiul de 30° , imprimînd corpului o anumită accelerație. Dacă corpul este împins de o forță a cărei direcție formează cu orizontala un unghi tot de 30° , modulul forței se dublează pentru a imprima corpului aceeași accelerație ca în primul caz. Determinați coeficientul de frecare dintre corp și suprafața orizontală. ($\mu = \sqrt{3}/3$).

4. Unul corp aruncat vertical de jos în sus cu o anumită viteză inițială în momentul cînd ajunge la înălțimea maximă și se oprește, i se imprimă aceeași viteză inițială, dar în jos încît să atingă pămîntul după $t=4$ s. Să se determine: a) înălțimea maximă atinsă de corp; b) timpul total cît a durat mișcarea. ($h_{\max}=40,5$ m; $t=15,54$ s).

5. Energia totală a unui corp aruncat vertical de jos în sus este 640 J corpul atinge înălțimea maximă după 8 secunda de la lansare. Determinați impulsul corpului în momentul cînd energia cinetică este egală cu energia potențială. La ce înălțime se află corpul în acest moment. (Se neglijează rezistența aerului). ($p=8\sqrt{2}$ N.s; $h=160$ m).

6. Un punct material se rotește cu viteză constantă pe ecuatorul unei sfere de volum 288 . Determinați valoarea accelerației centripete a punctului material, dacă în fiecare clipă forța centrifugă este numeric egală cu momentul cinetic al punctului material. ($\omega=1,5$ m/s²).

7. Un plan inclinat este prevăzut cu un scripete ideal la partea superioară, lungimea planului fiind $l=1,6$ m. Un corp de masă carecero șiștat pe planul inclinat este legat cu un fir inextensibil, la celălalt capăt fiind atîrnat un alt corp. Sistemul se mișcă cu accelerația $a=2,5$ m/s², în sensul în care corpul de pe plan coboară. Se desprinde corpul al doilea în locul lui acționînd cu o forță egală cu greutatea aceluia corp, sistemul mișcîndu-se acum cu accelerația $a_2=3$ m/s². Să se determine: a) viteza cu care primul corp lăsat liber la partea superioară a planului inclinat, ajunge la baza planului; b) cunoscînd valoarea unghiului planului inclinat, $\alpha=60^\circ$, determinați coeficientul de frecare dintre corp și planul inclinat; (se precizează că această valoare nu se folosește la rezolvarea punctului a.); c) randamentul planului inclinat. ($v=4$ m/s; $\mu=0,73$; $\eta=70\%$).

8. Un plan inclinat are lungimea $l=10$ m și unghiul $\alpha=30^\circ$. Un corp este lansat cu viteză $v_0=20$ m/s, de jos în sus de-a lungul planului inclinat. În momentul cînd ajunge la înălțimea maximă a planului inclinat, energia lui cinetică devine jumătate din cea inițială. Să se determine: a) înălțimea maximă la care poate ajunge corpul; b) viteza cu care corpul revine în planul orizontal de lansare; c) unghiul format de această viteză cu orizontala; d) coeficientul de frecare dintre corp și planul inclinat; e) care ar fi înălțimea maximă la care ar ajunge corpul dacă nu ar exista planul inclinat (aruncarea ar fi oblică); f) diferența dintre pozițiile unde corpul atinge suprafața orizontală în cazul cînd există planul inclinat și în cazul cînd aruncarea ar fi oblică.

9. Un corp de masă m_1 este atîrnat de un fir inextensibil și fără greutate. Se ridică corpul încît firul întina formează cu verticala unghiul de 90° . Se dă drumul corpului, care în momentul cînd firul ajunge în poziție verticală, ciocnește perfect elastic un alt corp de masă m_2 , aflat pe suprafața orizontală, care se poate deplasa fără frecare. Să se determine: a) tensiunea maximă în timpul oscilației corpului de masă m_1 ; b) energia de oscilație, dacă oscilează în condiții de izocronism, cu perioadă T_1 ; c) viteza maximă în timpul oscilației; d) distanța parcursă de cel de-al doilea corp pe parcursul unei perioade de oscilație a prîgului corp. ($g=10$ m/s²; $E=(m_1+m_2) \cdot g \cdot (m_1-m_2)/4 \cdot \sqrt{(m_1+m_2)^2}$; $\Delta x = Tg(m_1-m_2) \cdot \sqrt{E/2 \cdot g(m_1+m_2)}$; $x_{\max} = T \cdot g \cdot 2/\sqrt{(m_1+m_2)}$).

10. Un corp cu masa $m=2$ kg este aruncat oblic cu viteză $v_0=80$ g/s, după o direcție ce formează unghiul $\theta=30^\circ$ cu orizontala. Scrieți expresia legii de variație în funcție de timp a impulsului corpului cît și a energiei cinetice a corpului. Aflați aceste valori în momentul $t=4$ s, arătînd în ce poziție a traiectoriei se află corpul. ($p_{\max}=16\sqrt{2}$ g/s; $E=160$ J; $E_{\max}=20$ g/s; $x=120$ m; $E=3600$ J).

11. De o scîndură care pluteghe pe suprafața unui bazin este atîrnat un scripete fix de masă neglijeabilă, peste care este trecut un fir inextensibil la capătul căruia sînt atîrnate două corpuri din același material de volum V_1 și V_2 și densitate cunoscută ρ . Cînd scîndura este apei ρ_0 și neglijînd rezistența la înain-

tare în μA , scrieți expresia tensiunii din fir, citiți și reacțiunile din axul scripetelui.
 $(I=2V_1V_2/g(\frac{q}{e}-\frac{q_0}{e})/(V_1+V_2)); R=2V_1$.

Clasa a X-a

1. O particulă α intră cu viteza $v=10^7$ m/s, în interiorul unui solenoid de lungime $l=0,2$ m, având 1000 spire și fiind parcurs de intensitatea $I=1$ A. Direcția vitezei formează cu direcția liniilor de câmp unghiul de 30° . Sînt cunoscute: masa particulei α este egală cu 4 unități atomice de masă, $m=4,1,6 \cdot 10^{-27}$ kg, sarcina particulei $q=2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ C și $\alpha=4 \cdot 10^{-4}$ N/m. Să se determine: a) raza traiectoriei particulei; b) timpul cît durează înaversarea solenoidului. ($r=16 \cdot 10^{-4}$ m; $t=23 \cdot 10^{-8}$ s).

2. În virfurile unui triunghi echilateral de latură $l=1$ m, se află 3 conductoare paralele parcurse de aceeași intensitate și în același sens. În virfurile unui pătrat de latură l_1 se află 4 conductoare paralele parcurse de aceeași intensitate a curentului ca în primul caz și avînd toate același sens. Determinați ce relație trebuie să existe între laturile l_1 și l , pentru ca forța ce acționează în ambele cazuri pe unitatea de lungime să fie aceeași. ($l_1/l_1 = \sqrt{1,5}$).

3. În virfurile unui triunghi echilateral de latură $l=0,2$ m, se află trei conductoare paralele, parcurse fiecare de cîte un curent de intensitate $I=10$ A și în același sens. Determinați forța ce acționează asupra unității de lungime a fiecărui conductor. Se dă $\mu_r=1$. ($F/l=1,73$ N/m).

4. În virfurile unui pătrat de latură $l=0,2$ m se află 4 conductoare paralele parcurse de curenți de intensitate $I=10$ A, în același sens. Determinați forța ce acționează pe unitatea de lungime a fiecărui conductor. Se dă: $\mu_r=1$. ($F/l=2,1$ N/m).

5. În virfurile unui pătrat de latură $l=32$ cm, se află 4 conductoare paralele parcurse de curenți în același sens și de intensități egale. Să se determine valoarea intensității, dacă forța ce acționează asupra unității de lungime a fiecărui conductor este $F/l=10^{-4}$ N/m. Să dă $\mu_r=1$. ($I=10$ A).

6. Un fir prin care trece o intensitate $I=100$ A, este fixat orizontal. Sub el se așază în plan vertical, un al doilea fir situat orizontal și paralel cu primul la distanța $d=2$ cm de primul, prin care trece un curent de aceeași intensitate și în același sens. Să se determine masa unității de lungime a firului, pentru ca el să rămîie în echilibru. Se dă $\mu_r=1$ și $g=10$ m/s². ($m/l=10^{-4}$ kg/m).

7. Două conductoare paralele orizontale sînt situate în același plan orizontal, fiind parcurse de curenți de același sens și de aceeași intensitate. Distanța dintre ele este $d=0,183$ m. Un al treilea conductor paralel cu celelalte două, situat deasupra, toate trei fiind în virfurile unui triunghi echilateral. Masa unității de lungime a acestui conductor este $m/l=2$ g/m. Acest conductor este parcurs de aceeași intensitate I , dar în sens contrar. Determinați intensitatea I , astfel ca acest conductor să rămîie în echilibru. Se ia $g=10$ m/s² și $\mu_r=1$. ($I=100$ A).

8. Fluxul magnetic normal printr-o suprafață mărginită de un circuit electric, crește de la valoarea $\Phi_1=10^{-4}$ Wb la $\Phi_2=5 \cdot 10^{-4}$ Wb, în timpul $\Delta t=10^{-3}$ s. Rezistența circuitului este $R=0,2$ Ω . Să se determine: a) tensiunea electromotoare indusă; b) puterea electrică disipată; c) căldura degajată. ($R=0,2$ Ω ; $P=8 \cdot 10^{-4}$ W; $Q=6$ J).

9. Determinați tensiunea indusă într-un circuit, dacă pentru producerea variației fluxului magnetic se cheltuiește un lucru mecanic $L=2$ J, iar prin circuit trece un curent de intensitate $I=2$ A în timp $t=2$ s. ($E=0,5$ V).

10. Un conductor liniar se află într-un câmp magnetic omogen de inducție $B=2$ T, fiind parcurs de intensitatea $I=10$ A. Determinați lucrul

meccanic efectuat de forța magnetică în 2 m, dacă aria mărginită prin deplasarea conductorului $S=5 \cdot 10^{-4}$ m². Se consideră două cazuri: a) conductorul se deplasează perpendicular pe linia de câmp; b) conductorul se deplasează după o direcție ce formează unghiul $\alpha=30^\circ$ cu linia de câmp. ($F_1=2 \cdot 10^{-2}$ J; $F_2=10^{-2}$ J).

11. În interiorul unui solenoid de rază foarte mare avînd $N=10^4$ spire și filul conductor de intensitatea $I=20$ A, se deplasează un conductor liniar de lungime egală cu a solenoidului perpendicular pe linia de câmp, cu viteza $v=0,1$ m/s. Să se determine tensiunea electromotoare indusă în conductor. Se cunoaște $\mu_r=4$ și $l=10$ m și $\mu_0=1,25 \cdot 10^{-6}$ V.

12. Un conductor de lungime $l=0,1$ m și rezistență neglijabilă, poate să gliseze pe două bare orizontale foarte lungi, de rezistență neglijabilă. Barele sînt conectate la un circuit printr-o rezistență $R=1,45$ Ω . Asupra conductorului acționează o forță orizontală constantă $F=0,1$ N. Linia cîmpului magnetic de inducție $B=0,7$ T sînt perpendiculare pe planul barelor. Să se determine: a) viteza maximă pe care o poate atinge bara, considerînd că ea atinge numai în câmp magnetic; b) puterea care merge la reze constantă. ($v_{\max}=1$ m/s; $P=0,1$ W).

13. Un solenoid avînd $N=200$ spire, are secțiunea $S=2$ cm², lungimea $l=5$ cm și un miez de fier cu $\mu_r=500$. Solenoidul este parcurs de un curent $I=5$ A. Să se determine: a) intensitatea cîmpului magnetic al solenoidului; b) valoarea cîmpului magnetic; c) fluxul magnetic; d) energia solenoidului; e) energia cîmpului. Se dă $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m, ($H=2 \cdot 10^4$ A/m; $B=4$ T; $\Phi=12$ V; $W=32$ T; $U=0,47$ J).

14. Dintr-un fir metalic izolat de lungime $l=10$ m, se confecționează un solenoid spiralîngă spirală și într-un singur strat. Diametrul firului este $d=1$ mm, iar raza solenoidului este $r=2$ cm. Miezul solenoidului are $\mu_r=500$. Determinați inducția solenoidului. ($B=2,2 \cdot 10^{-2}$ T).

15. Dintr-un fir de cupru izolat cu rezistivitatea $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ω m, se confecționează un solenoid, spiralîngă spirală, avînd inducția $B=0,5$ T. Diametrul firului este $d=1$ mm, iar raza solenoidului este $r=2$ cm. $\mu_r=500$ și $T=10$ V. Determinați rezistența electrică a solenoidului. ($R=7$ Ω).

16. Dintr-un fir de cupru izolat, se confecționează un solenoid, spiralîngă spirală, rezistivitatea cuprului fiind $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ω m. Diametrul firului este $d=1$ mm, iar lungimea unei singure spire este $6,8$ cm. Aplicînd la bornele solenoidului tensiunea $U=24$ V, trece prin el curentul de intensitate $I=1,7$ A. $\mu_r=500$. Determinați inducția solenoidului. ($B=0,15$ T).

17. Un solenoid cu miez cu $\mu_r=10$, are $N=100$ spire, o secțiune $S=1$ cm² și o lungime $l=7$ cm. Determinați valoarea tensiunii electromotoare autoinduse, dacă intensitatea cîmpului scade de la $I=10$ A la zero în $t=10^{-3}$ s. ($E=20$ V).

18. Dintr-un fir de cupru izolat, se bobinează un solenoid, spiralîngă spirală, diametrul firului $d=1$ mm, iar raza solenoidului este $r=2$ cm. Miezul solenoidului are $\mu_r=10$. Se aplică la bornele solenoidului la borne tensiunea $U=17,2$ V. Să se determine valoarea tensiunii electromotoare autoinduse în solenoid (precizînd care este amplitudinea) și intensitatea cîmpului de inducție după timpul $\Delta t=0,1$ s. ($E=32$ V).

19. Un solenoid este format dintr-un fir de cupru izolat, de diametru $d=1$ mm, bobinat spiralîngă spirală. Lungimea firului este $l=27$ m, iar raza solenoidului fiind $r=2$ cm, iar $\mu_r=100$. Se aplică solenoidului tensiunea $U=20$ V. Să se determine rezistivitatea cuprului $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ω m și $U=10$ V. Să se determine energia cîmpului magnetic al solenoidului. ($W=6$ J).

20. Fluxul unui câmp magnetic este $\Phi=10^{-4}$ Wb, cînd prin el trece o intensitate $I=10$ A. Să se

gie va avea cîmpul magnetic al solenoidului, dacă prin el trece un curent de intensitate $I_2 = 5A$ ($\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}$).

21. Fluxul unui solenoid este 10^{-2} Wb, iar energia cîmpului magnetic $W = 4 \cdot 10^{-2}$ J. Determinați: a) intensitatea curentului ce trece prin solenoid; b) inductanța solenoidului. ($l = 1,25 \cdot 10^{-2}$ m).

22. Două solenoide avînd $N_1 = 500$ spire și $N_2 = 300$ spire au aceeași lungime și aceeași secțiune, cît și aceeași permeabilitate magnetică a miezului. Determinați raportul intensităților curentilor ce trec prin cele două bobine, dacă energia cîmpului magnetic are aceeași valoare pentru ambele bobine. ($I_1/I_2 = N_1/N_2 = 0,6$).

23. Un condensator de capacitate $C = 4 \cdot 10^{-2}$ F, este încărcat cu sarcina electrică $q = 3 \cdot 10^{-2}$ C. Se conectează la bornele acestui condensator un solenoid de inductanță $L = 9 \cdot 10^{-3}$ H. Să se determine: a) intensitatea maximă a curentului electric de descărcare a condensatorului, prin solenoid, neglijînd pierderile de energie prin efect Joule; b) valoarea maximă a fluxului solenoidului; c) valoarea tensiunii electromotrice autoinduse în solenoid, știind că intensitatea curentului atinge valoarea maximă după $\Delta t = 3 \cdot 10^{-5}$ s; d) descrieți ce fenomen are loc în continuare după descărcarea condensatorului. ($I_{max} = 0,5$ A; $\Phi = 45 \cdot 10^{-4}$ Wb; $E = 150$ V; Condensatorul se reîncarcă, dar cu polaritate inversă, după care urmează iarăși descărcarea, etc. fenomenul se numește oscilație electrică.)

24. Un solenoid parcurs de un curent de intensitate $I = 4$ A, are fluxul $\Phi = 10^{-2}$ Wb. Să se determine: a) valoarea capacității unui condensator, care preluînd toată energia cîmpului magnetic al solenoidului se încarcă cu sarcina electrică $q = 2 \cdot 10^{-4}$ C; b) tensiunea la bornele condensatorului. ($C_{calc} = 1$; $U = 200$ V).

25. Un cadru metalic de arie $S = 5 \cdot 10^{-2}$ m², este situat inițial perpendicular pe liniile unui cîmp magnetic de inducție $B = 2 \cdot 10^{-2}$ T. Rezistența cadrului este $R = 0,1 \Omega$. Cadrul se rotește uniform cu frecvența de 50 rot/s, în jurul unui ax care îl traversează și este perpendicular pe inducție. a) Arătați ce se poate spune despre intensitatea curentului indus în cadru, cît și despre tensiune; b) determinați valorile maxime ale celor două părți; c) scrieți expresiile valorilor momentane ale intensității și tensiunii (intensitatea curentului își schimbă sensul cu frecvența dată; $E_{max} = 0,1$ V; $I_m = 1$ A; $e = 0,1$ în 10^{-2} T).

PROBLEME RECAPITULATIVE

1. O cantitate $m = 256$ g oxigen, se află într-un cilindru orizontal prevăzut cu piston etanș, care poate să alunece fără frecare. Temperatura inițială a gazului este $T_1 = 300$ K, iar presiunea este normală. Gazul este încălzit izocor la temperatura $T_2 = 500$ K, apoi este răcit izocor pînă la temperatura inițială. Se cunoaște $C_V = 5R/2$. Să se determine: a) densitatea inițială a gazului; b) numărul de molecule; c) viteza termică a moleculelor; d) energia cinetică medie a unei molecule; e) lucrul mecanic efectuat prin deplasarea pistonului; f) variația de energie internă pentru fiecare proces; g) căldura absorbită în primul proces și căldura cedată în al doilea proces. Reprezentați grafic cele două procese. ($\rho = 1,28$ kg/m³; $N_A = 48 \cdot 10^{23}$; $E_{med} = 1035 \cdot 10^{-23}$ J; $l = 12998$ J; $\Delta U_{izocor} = 33240$ J și $\Delta U_{izocor} = -33240$ J; $Q = 46235$ J; $Q_V = 33240$ J).

2. Într-un cilindru închis la ambele capete se află la mijloc un piston etanș foarte subțire, care separă două mase identice din același gaz, aflate la aceeași temperatură și presiune. Se deplasează lent pistonul către unul din capete, încît volumul din acea parte scade de la ori (transformare izotermă). Să se determine: a) cîte ori va fi mai mare în final presiunea; b) în ceastă parte a pistonului decît în cea

altă parte. Aceeași întrebare pentru cazul cînd deplasarea ar fi fost făcută brusc (transformare adiabatică). ($p_1 = 19$ p₀; $p_2 = 13$ p₀, unde γ este coeficientul adiabatic).

3. Două kilomoli de gaz biatomic suferă un proces politrop în care exponentul politropic are valoarea $n = 2$. Aflați căldura primită de gaz în acest proces, dacă temperatura gazului crește cu $\Delta T = 20$ K. (din relația $n = (C_p - C_v) / (C_p - C_v)$ se scoate valoarea lui C_p care este căldura molară în acest proces, iar apoi se folosește $Q = \gamma C \Delta T$ și rezultă $Q = 60R = 498600$ J).

4. Un gaz ideal biatomic evoluează într-un proces politrop. Care este valoarea exponentului politropic, dacă căldura molară a gazului are aceeași valoare pe care ar avea-o căldura molară a unui gaz ideal monoatomic, care ar evolua într-un proces izocor? ($n = 2$).

5. O suprafață dintr-un lichid cu tensiunea superficială $7 \cdot 10^{-2}$ N/m are forma unui dreptunghi curbiliniu de raze $R_1 = 2$ cm și $R_2 = 5$ cm. Determinați presiunea suplimentară creată de această suprafață. ($p = 4,9$ N).

6. La capătul unui tub de secțiune neglijabilă, prevăzut cu un robinet, se află două baloane de sîpun de raze $r_1 = 10^{-3}$ m și $r_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ m la temperatura $T = 200$ K. Determinați raza balonului format la deschiderea robinetului. Se cunoaște coeficientul de tensiune superficială a soluției de sîpun $\sigma = 4 \cdot 10^{-2}$ N/m.

7. Două plăci pătrate de sticlă de latură $l = 0,1$ m, sînt fixate paralel și vertical la distanța de 1 mm, fiind introduse în apă. Determinați ce masă de apă rămîne între plăci, dacă acestea sînt scoase din apă. Se cunoaște $\sigma = 7 \cdot 10^{-2}$ N/m și se ia $g = 10$ m/s². ($m = 2,8$ g).

8. Într-un tub capilar scos ușor din apă rămîne o cantitate de apă de lungime $l_0 = 1$ m. Determinați raza capilarului, dacă $\sigma = 27 \cdot 10^{-2}$ N/m, densitatea $\rho = 10^3$ kg/m³, iar $g = 10$ m/s². ($r = 407$ hq $= 0,28$ mm).

9. O boră de fier de lungime $l = 2$ m și secțiunea $S = 4$ cm², primește cantitatea de căldură $Q = 3593,10$ J. Cunoșcînd $c = 460$ J/kg·K, $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-2}$ K⁻¹, densitatea $\rho = 7800$ kg/m³ și $E = 2 \cdot 10^{11}$ N/m². Să se determine: a) forța care ar produce aceeași alungirea a barei; b) lucrul mecanic efectuat prin alungirea barei. ($F = 24,10$ N; $l = 72,10$ J).

10. Determinați în cît timp se evaporă o cantitate $m = 0,2$ kg de apă, dacă suprafața liberă a apei este $S = 2 \cdot 10^{-2}$ m², iar presiunea atmosferică fiind normală. Presiunea vaporilor saturați este $p_0 = 10^3$ N/m² și se consideră că suflă permanent un curent de aer deasupra suprafeței libere a lichidului. Determinați care este viteza de evaporare. Se cunoaște $k = 0,5$ kg/m²·s. ($t = 2 \cdot 10^3$ s; $v = 10^{-4}$ kg/s).

11. Într-un cilindru prevăzut cu piston de suprafață $S = 10^{-3}$ m², se află o cantitate de gheață la temperatura de topire, care ocupă tot spațiul dintre piston și capătul cilindrului, $m = 4 \cdot 10^{-3}$ kg. Se încălzește gheața pînă cînd prin fierbere se transformă în vapori la presiune normală. Se neglijează cantitatea de căldură absorbită de cilindru și piston și se consideră vaporii ca un gaz perfect. Să se determine: a) lucrul mecanic efectuat prin deplasarea pistonului; b) cantitatea de căldură necesară acestui proces; c) distanța pe care se deplasează pistonul. Se cunoaște $\lambda = 34 \cdot 10^4$ J/kg, $c = 4185$ J/kg·grad și $\lambda = 226 \cdot 10^4$ J/kg. ($l = 670$ J; $Q = \Delta U = 12774$ J; $\Delta l = 0,87$ m).

12. Un litru de apă aflat la temperatura 0°C , este adus la fierbere folosind un fierbător de rezistență $R_1 = 41,85 \Omega$, în timp de 0 orb. Înlocuind rezistența fierbătorului cu o altă rezistență, aceeași cantitate de apă poate fi adusă la fierbere în 900 s. Determinați: a) valoarea celei de a doua rezistențe; b) cantitatea de electricitate ce trece prin circuit în fiecare caz în parte. ($R_2 = R_1/4$; $q = 6 \cdot 10^4$ C).

13. Două condensatori conectați în serie au capacitatea $C = 20 \mu F$. Aceiași condensatori sunt apoi conectați în paralel și încărcăți la tensiunea $U = 100 V$. Se deconectează apoi condensatorii de la sursă, se separă între ei, conectați în serie tot în paralel, dar cu polaritate inversă (plusul cu minusul). Determinați pierderea de energie a sistemului în urma acestui proces, sau căldura degajată. ($Q = W - 2C_0 U^2$, $U < 0,4 J$).

14. Două condensatoare C_1 și C_2 sunt conectate în serie și încărcate la tensiunea U . Se deconectează condensatoarele de la sursă, se separă între ele și se conectează în paralel. Să se determine: a) noua tensiune la bornele grupării; b) cantitatea de electricitate de pe armătură fiecărui condensator; c) energia degajată sub formă de căldură în urma acestui proces. ($U = 2C_1 C_2 U^2 / (C_1 + C_2)$; $q = 2C_1 C_2 U / (C_1 + C_2)$; $W = C_1 C_2 U^2 / (C_1 + C_2)$).

15. Două baterii de aceeași tensiune electromotoare $E_1 = 4 V$ și $E_2 = 2 V$, având rezistențele interne $r_1 = 2 \Omega$ și $r_2 = 0,5 \Omega$, sunt grupate în serie alimentând rezistența R . Determinați valoarea acestei rezistențe R , astfel ca la bornele unei surse tensiunea să fie nulă. Discuția. (Este posibil doar ca $U_1 = 0$. În acest caz $R = 0,5 \Omega$).

16.rei baterii de aceeași tensiune electromotoare, având rezistențele interne r_1 , r_2 și r_3 , sunt grupate în serie alimentând o rezistență R . Determinați valoarea rezistenței R , pentru ca tensiunea la bornele unei surse să fie nulă. Arătați ce condiție trebuie să fie satisfăcută. ($R = 2r_1 - r_2 - r_3$; $2r_1 > r_2 + r_3$).

17. Unui fir metalic i s-a aplicat o tensiune U un anumit timp t . Cunoșcând coeficientul de dilatație al firului, rezistivitatea, densitatea d , lungimea firului l și căldura specifică c determinați alungirea firului. Se presupune, că toată căldura este absorbită de fir. ($\Delta l = U^2 t / \rho c A$).

18. O baterie are rezistența internă $r = 1 \Omega$ și alimentează o rezistență R . Intensitatea de scurtcircuit a bateriei este de $10 A$ ori mai mare, decât intensitatea debitată în cazul în care alimentează rezistența R . Se conectează în serie cu rezistența R o rezistență R_1 . În acest caz intensitatea curentului scade de două ori. Să se determine: a) valorile celor două rezistențe R și R_1 ; b) randamentul electric al circuitului dacă se montează cele două rezistențe în paralel ($R_1 = 10 \Omega$; $R = 9 \Omega$; $\eta = 82\%$).

19. Puterea totală a unui circuit electric este $P = 20 W$. Puterea maximă pe care o poate debita abia este $P_{max} = 30 W$. Determinați randamentul electric al circuitului. ($\eta = 1 - P_0 / 4 P_{max} = 83\%$).

20. Un electron este accelerat de o diferență de potențial U , după care pătrunde perpendicular pe liniile unui câmp magnetic omogen de lățime l . În acest câmp electronul suferă o deviație γ . La distanța l de câmp, paralel cu liniile acestuia, se află un ecran fluorescent. Deviația totală a electronului pe acest ecran este γ . Determinați raza traiectoriei electronului și inducția magnetică a câmpului. ($\tan(\gamma/2) = \gamma l / 2 m c / q$).

21. Un solenoid fără miez, având N spire și inducția B , este parcurs de un curent de intensitate I . Un electron pătrunde cu viteză v în interiorul solenoidului, sub un unghi α cu direcția liniilor de câmp, chiar pe lângă spirele solenoidului. Se consideră că raza traiectoriei electronului coincide cu raza solenoidului. Determinați: a) după cât timp electronul părăsește solenoidul; b) fluxul magnetic propriu al solenoidului. ($t = \mu_0 I / B v \cos \alpha$; $\Phi = \mu_0 N^2 v \sin^2 \alpha / 8 c$).

22. Între armăturile unui condensator a căror lungime este l și distanță dintre armături d , pătrunde un electron paralel cu plăcile, perpendicular pe liniile de câmp la jumătatea distanței dintre armături cu viteza inițială v . Tensiunea aplicată condensatorului este U . Să se

determine: a) ecuația traiectoriei; b) raza de curbură a traiectoriei în momentul când pătrunde între armături; c) care trebuie să fie distanța maximă dintre armăturile condensatorului, pentru ca electronul să poată descrie traiectoria completă. (Pentru rezolvare se face analogia cu aruncarea oblică în câmp gravitațional).

Clasa a XI-a

1. Fie $n_1 = 1$ și $n_2 = 1,5$ indicii de refracție ai celor două medii transparente separate de un dioptru sferic, $R = 0,5 m$ raza de curbură a dioptrului, iar $x_1 = 1 m$ depărtarea unui punct situat pe axul dioptrului, față de vârful acestuia să se determine: a) distanța x_2 , față de vârful dioptrului unde se formează imaginea punctului; b) distanțele focale ale dioptrului. ($x_2 = 0,75 m$; $f_1 = -1 m$; $f_2 = 1,5 m$).

2. Indicii de refracție ai celor două medii separate de un dioptru sferic sunt $n_1 = 1,2$ și $n_2 = 1,6$. Depărtarea punctului obiect față de vârful este $x_1 = 1,5 m$, iar depărtarea punctului imagine este $x_2 = 1,6 m$. Determinați: a) raza de curbură a dioptrului; b) distanțele focale. ($R = 2 m$; $f_1 = -6 m$; $f_2 = 8 m$).

3. Verificați relația referitoare la cele două focare ale dioptrului $f_1/x_1 + f_2/x_2 = 1$. Utilizând rezultatele de la primele două probleme.

4. Desenați 6 cazuri distincte de formare a imaginii unui obiect liniar, situat perpendicular pe axul optic principal al unei oglinzi concave (considerați că obiectul se apropie de la infinit către oglindă). Desenați apoi imaginea unui obiect față de o oglindă convexă.

5. Desenați 6 cazuri distincte de formare a imaginii unui obiect liniar situat perpendicular pe axul optic principal al unei lentile subțiri convexe. Arătați în ce condiții se poate forma o imagine virtuală.

6. O cifră ori se modifică convergența unei oglinzi concave ținute orizontal, în care se toarnă apă, cunoșcând indicele de refracție al apei. ($C/C_0 = 4/3$).

7. O lentilă concav-convex (convergentă) se mai numește și menisc convergent. Cunoșcând convergențele unui menisc convergent din sticlă, cu indice de refracție $n = 1,5$, atunci când se argintează pe rind câte o față, ca fiind C_1 și C_2 , să se determine convergența lentilei. ($C = n - 1 / (C_1 - C_2) / 2$).

8. Un menisc convergent din sticlă are convergența C_1 , dacă se argintează una din fețe și convergența C_2 , când se argintează cealaltă față. Să se determine raportul razelor de curbură dacă $C_1/C_2 = 11/9$. ($R_1/R_2 = 5/4$).

9. Unei lentile introdusă în apă îi s-a dat convergența de 4 ori. Să se determine indicele de refracție al lentilei, dacă indicele apei este $4/3$. ($n = 1,5$).

10. Vă propunem o problemă numită "Paradoxul gemenilor". Două frați gemeni au vârsta de 20 de ani fiecare. Unul dintre ei pornește într-o călătorie cosmică cu o navă care se deplasează de pământ cu viteza $v = 0,8 c$ (unde $c = 3 \cdot 10^8 m/s$). Determinați ce vârstă va avea fratele rămas pe pământ, când cel care călătorește cu nava cosmică va avea 50 de ani. (va avea 70 de ani).

11. Folosind regula de compunere a vitezelor, valabilă în teorie relativității, verificați postulatul al doilea al lui Einstein. (Voi considera o navă cosmică care s-ar putea mișca cu viteza luminii, iar față de aceasta un corp ar avea o viteză v în sensul de mișcare al navei, aplicând formula $v_r = (u+v)/(1+uv/c^2)$, rezultă că $v_r = c$).

PROBLEME RECAPITULATIVE

1. Un circuit serie RLC are rezistența $R = 12 \Omega$, reactanța inductivă $X_L = 16 \Omega$ și capacitatea la bornele condensatorului este $C = 20 \mu F$. Se determine: a) impedanța caracteristică; b) a)

siunea la bornele circuitului; c) cefazejul la bornele circuitului dintre tensiune și intensitate; d) puterea activă, reactivă și aparentă. ($Z_c = 0,5 \Omega$; $U = 26 \text{ V}$; $\text{tg } \varphi = 5/12$; $P = 48 \text{ W}$; $P_r = 20 \text{ VA}$; $P_a = 52 \text{ VA}$).

2. Un circuit oscilant are rezistența $R = 2 \Omega$, factorul de calitate $Q = 10$ și frecvența de rezonanță $\nu = 10^3/2\pi \text{ Hz}$. Valoarea maximă a tensiunii la bornele condensatorului este $U_c = 20 \text{ V}$. Să se determine: a) impedanța caracteristică a circuitului; b) inductanța bobinei și capacitatea condensatorului; c) ce valori trebuie să aibă rezistența pentru ca descărcarea condensatorului să fie periodică; d) valoarea maximă a energiei oscilației. ($Z_c = 20 \Omega$; $L = 2 \text{ mH}$; $C = 5 \mu\text{F}$; $R > 40 \Omega$; $E_0 = 10^{-3} \text{ J}$).

3. Un cadru metalic are aria $S = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ fiind situat inițial perpendicular pe liniile unui câmp magnetic omogen de inducție $B = 0,2 \text{ T}$. Rezistența cadrului este $R = 0,1 \Omega$. Cadrul se rotește uniform cu frecvența de 5 rot/s , în jurul unui ax care îl traversează perpendicular pe învelișul său. Să se determine: a) valoarea maximă a tensiunii alternative induse în cadru; b) valoarea maximă a intensității; c) valorile instantanee ale tensiunii și intensității curentului. ($E_m = 0,1 \text{ W/V}$; $I_m = 1 \text{ A}$; $\omega = 0,1 \text{ rad/s}$ în 10^{-2} s).

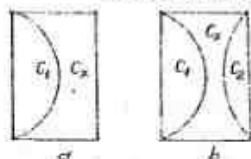
4. Valoarea rezistorului de sarcină din circuitul anodic al unui triod este $R_s = 40 \text{ k}\Omega$, tensiunea de ieșire (la bornele rezistorului de sarcină) este $U_s = 80 \text{ V}$. Tensiunea de intrare la bornele lui R_s este $U_i = 20 \text{ V}$, iar rezistența internă a triodului este de 4 ori mai mică decât rezistența de sarcină. Determinați parametrii acestui triod folosind în montaj de amplificare. ($\mu = 50$; $S = 5 \cdot 10^{-5} \text{ mA/V}$).

5. Un circuit descris are inductanța proprie L și capacitatea proprie C . Demonstrați că dacă se conectează în serie o bobină, lungimea de undă proprie a circuitului crește, iar dacă se conectează în serie un condensator lungimea de undă proprie scade.

6. Fie L și C , parametrii unui circuit oscilant deschis. Conectând în serie o bobină de inductanță L_1 , lungimea de undă proprie crește. Putem reduce lungimea de undă la aceeași valoare conectând apoi, tot în serie, un condensator de capacitate C_1 . Arătați care este relația între cei 4 parametri. ($L < L_1$, $C < C_1$).

7. Putem sări lungimea de undă corespunzătoare unui circuit oscilant deschis, caracterizat prin L și C , cu aceeași valoare în două moduri. Sau conectăm în serie o bobină cu inductanța L_1 , sau conectăm în paralel un condensator cu capacitatea C_1 . Arătați ce relație poate fi stabilită între cele 4 mărimi. ($L_1 < L$, $C_1 < C$).

8. Fie date sistemele de lentile oscilante din figură. Determinați pentru fiecare caz în parte convergența C , necunoscută. a) $C_1 = 3^{\circ}$ dioptrii; b) $C_1 = 3^{\circ}$ dioptrii; $C_2 = 3^{\circ}$ dioptrii; c) $C_1 = 3^{\circ}$ dioptrii; $C_2 = 5^{\circ}$ dioptrii.



Clasa a XII-a

EXAMEN DE BACALAUREAT

Sesiunea iunie 1990.

1. Să se scrie indicind semnificația fizică a mărimilor ce intervin: a) expresia tangentei defazajului dintre tensiunea la bornă și intensitatea curentului pentru un circuit RLC și dependența parametrilor triodel și relația dintre aceștia; b) expresia unghiului limită corespunzător reflexiei totale și semnificația fizică a mărimilor; c) relațiile în care intră numerele cantice; principal (pentru atomul de hidrogen), ritmul de spin și respectiv magnetic de spin (pentru un electron).

2. O picătură de ulei electrizată, având masa $m = 10^{-15} \text{ kg}$, se află între armăturile unui condensator plan, plasat orizontal la distanță $d = 0,5 \text{ cm}$ una de alta. În absența câmpului electric picătura atinge sub efectul gravitației sale și datorită frecării viteza limită $v = 0,12 \text{ m/s}$. Știind că forța de frecare cu aerul este proporțională cu viteza particulei $F_r = kv$, să se determine: a) greutatea picăturii; b) intensitatea câmpului electric corespunzător tensiunii U ; c) constanta de proporționalitate k ; d) sarcina electrică q a măritorii de ulei, exprimată în sarcini elementare; e) viteza limită v_0 a picăturii dacă se inversează polaritatea tensiunii U aplicată; f) presupunând că picătura de ulei în mișcare este asociată cu undă, prin relația lui de Broglie să se determine lungimea de undă asociată acesteia în cazul mișcării cu viteză v . Se neglijează efectul relativistic. ($q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$).

Sesiunea august 1990

1. a) Cum este construită trioda și ce rol are grila? b) Care sînt condițiile de obținere a maximelor și minimele de interferență? c) Postulatele lui Bohr.

2. Un circuit electric conține un rezistor și o bobină ideală conectate în serie. Circuitul este alimentat cu tensiunea $U = 300 \text{ V}$, iar intensitatea curentului este $I = 2 \text{ A}$ ($314 \text{ t} = \pi/3$) (A). Să se calculeze: a) Puterea activă în circuit; b) Ecuația mării electrice a rezistorului; c) Inductanța bobinei.

Sesiunea iunie 1989.

1. Să se trateze următoarele chestii: a) Legile efectului fotoelectric extern și aplicarea acestora; b) Legile reflexiei și refracției lumii; c) Reflexia totală.

2. O bobină cu rezistența R și inductanța L , conectată la o sursă cu tensiune alternativă $U = 100 \text{ V}$ și $f = 50 \text{ Hz}$, este parcursă de un curent de intensitate $I_m = 1 \text{ A}$. Puterea consumată fiind $P = 10 \text{ W}$, să se determine: a) valoarea R și L ; b) capacitatea C , curentul I și puterea P în funcție de ω . Să se calculeze: a) rezistența și inductanța bobinei; b) capacitatea condensatorului; c) defazajul între tensiunea la bornă și intensitatea curentului pentru cele două variante ale circuitului. Să se discute rezultatul pe baza diagramelor fazoriale.

3. Un atom de hidrogen aflat inițial pe nivelul energetic cu $n=1$, în urma ciocnirii inelastice cu un electron trece pe nivelul $n=2$. Să se calculeze: a) raza orbită Bohr pentru starea inițială a atomului; b) viteza pe care trebuie să o aibă electronul înainte de ciocnire dacă el cedează atomului toată energia sa; c) frecvența minimă pe care ar trebui să o aibă un foton pentru a putea produce ionizarea atomului după ce acesta a ajuns în starea cu $n=2$. Se cunosc: sarcina și masa electronului $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, constanta lui Planck $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ și $E_0 = 8,84 \cdot 10^{-18} \text{ J}$.

Probleme propuse pentru GIMNAZIU

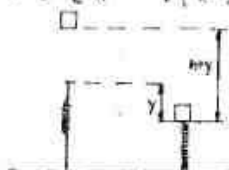
Clasa a VI-a

1. De câte ori merge mai încet micul decât pistonul? (micul parcurge $5,4 \text{ m/s}$ și de loc de ori mai puțin decât unul care drum lung face 5 km/h . Precizați rezultatul cu 70 m/s).

2. Care este originea cuvintelor citite în textul de mai sus? Care este originea de unde provin și semnificația de "câmp"?

13

$$y = \frac{1}{2} \left[\frac{-mg}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{2mg}{k} \right)^2 + \left(\frac{E_{pot}}{k} \right)^2} \right]$$



Rezultatul dorit este dat de rădăcina pozitivă; rădăcina negativă corespunde înălțimii până la care blocul și resortul ar ajunge prin distanțarea după contact ar fi legate împreună.

9. O lampă de camping cu petrol emite tot atita lumină ca și un bec electric de 25 W. Presupunând deci că randamentul transformării energiei interne în lumină este același la lanternă și la bec cit petrol trebuie să ardă lanternă în 10 ore? (19,5.10⁻³ kg. În realitate lanternă are un randament mult mai mic decât acesta și, de obicei, necesită în jur de 3-400 g de petrol. (în mare 0,5 kg) pentru a funcționa 10 ore).

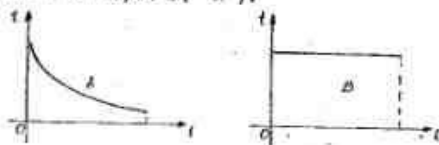
10. Lucrul mecanic efectuat zilnic, de un om activ, este de 10 MJ. Ce cantitate de piine (9000 kJ/kg), de grăsime (38 MJ/kg) sau de zahăr (17 MJ/kg) dau echivalentul acestei energii? Ce randament prezintă măsina umană, dacă, pentru a efectua acest lucru mecanic, are nevoie de o hră zilnică furnizându-i 25 MJ. (0,5 kg zahăr, 0,263 kg grăsime, 1,111 kg piine; $\eta = 0,4$).

11. Un om activ poate efectua zilnic un lucru mecanic de 10 MJ. Stîind că prețul energiei electrice este de 0,30 lei pentru 3,6 MJ, să se calculeze costul energiei electrice care, punzătoare lucrului mecanic efectuat de om, (10.0,3/3,6 $\approx$ 0,84 lei). Observația: Pentru a se evita interpretarea greșită a rezultatului de mai sus trebuie să știți că aici este vorba de prețul lucrului mecanic, nu al muncii efectuate, munca umană cuprinzînd întotdeauna și o anumită inteligență care îi ridică valoarea.

12. Stîind că randamentul unui motor termic este cu atât mai mare cu cât diferența dintre temperatura sursei calde și temperatura sursei reci este mai mare, comparați randamentul motorului unui autoturism Dacia 1300 (în jur de 20°C) cu randamentul dintr-o zi de iarnă (în -20°C). ($\eta_1 > \eta_2$).

13. Prin arderea unui chibrit se obține o căldură Q. Dacă ar fi posibil un proces în care să se efectueze un lucru mecanic echivalent cu această căldură, la ce înălțime ar putea fi ridicată o piessă cu $m = 10$ kg? Masa chibritului este 0,1 g, iar $q = 15,7$ MJ/kg. (Căldura dezvoltată prin arderea chibritului este egală, la un randament de 100% variația corespunzătoare a energiei potențiale a piesei de 10 kg. $mgh = m \cdot q$; $h = m \cdot q / mg = 17$ m. Observație: În realitate un η de 100% este interzis principiului al III-lea al termodinamicii).

14. Care din graficele reprezentate în figura dată indică în mod corect variația temperaturii de-a lungul unei bare metalice încălzită la un capăt? (A).



15. Pe suprafața mercurului dintr-un vas plutește scufundată pînă la jumătate o sferă de fier. Ce forțe acționează asupra bilei? (16 surse de tensiune superficiale F_s . Asupra bilei nu acționează G și F_g . $G_{ef} = F_s$ la echilibru). 17. Un bloc de 1 kg plutește pe suprafața apei într-un vas pe o altă bucată de 1 kg.

18. Dacă se urmărește în televiziune meciurile de fotbal, se observă că mingea se mișcă în jurul centrului de greutate al corpului jucătorului.

17. După ce a urmărit în televiziune meciurile de fotbal, se observă că mingea se mișcă în jurul centrului de greutate al corpului jucătorului. Aceasta se poate explica prin faptul că mingea este foarte ușoară și se mișcă ușor în jurul centrului de greutate al corpului jucătorului. Dacă se urmărește în televiziune meciurile de fotbal, se observă că mingea se mișcă în jurul centrului de greutate al corpului jucătorului. Aceasta se poate explica prin faptul că mingea este foarte ușoară și se mișcă ușor în jurul centrului de greutate al corpului jucătorului.

18. Unele ogini au fost dezvoltate cu un dispozitiv optic de corectare a imaginii. Dacă se urmărește în televiziune meciurile de fotbal, se observă că mingea se mișcă în jurul centrului de greutate al corpului jucătorului. Aceasta se poate explica prin faptul că mingea este foarte ușoară și se mișcă ușor în jurul centrului de greutate al corpului jucătorului.

19. La oglindă distanțelor dintre oglinzi plane și paralele se poate explica prin faptul că oglinzile sunt foarte apropiate una de alta și se reflectă reciproc. Dacă se urmărește în televiziune meciurile de fotbal, se observă că mingea se mișcă în jurul centrului de greutate al corpului jucătorului. Aceasta se poate explica prin faptul că mingea este foarte ușoară și se mișcă ușor în jurul centrului de greutate al corpului jucătorului.

20. Un obiect de dimensiuni mici, cu un aparat de fotografiat, se poate fotografia la o distanță de 10 km. Acesta este un exemplu de fotografiere la distanță.

In sprijinul celor ce se pregătesc pentru examenul de admitere

SOLUȚII CRANTATIUNALE

Deoarece foarte multe probleme propuse în anii anteriori la admiterea de admitere referă la oscilații, vom face o sinteză a problemelor rezolvate la penultimul concurs.

1. Determinarea forței care produce oscilațiile în cazul de înclinare în alvele speciale.

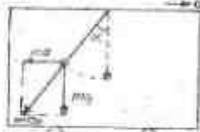
Vom considera situație normală în care pendulul oscilează în raport cu un punct de echilibru înclinat, pentru care este demonstrat în manual: $\sin \theta \approx \theta$. Dacă notăm cu θ unghiul de înclinare al pendulului, iar cu l lungimea pendulului, atunci este evident că forța care produce oscilațiile este forța tangențială la poziția de echilibru. Dacă în general putem scrie că $\theta = l \cdot \omega^2$, unde ω reprezintă viteza unghiulară, se poate obține prin derivarea în raport cu timpul expresia pentru forța tangențială la poziția de echilibru. Dacă notăm cu F_t forța tangențială, atunci avem: $F_t = m \cdot l \cdot \omega^2$.

Să exemplificăm cu câteva situații speciale:

1. Pendulul se mișcă într-un câmp gravitațional uniform. Dacă notăm cu g accelerația gravitațională, atunci forța tangențială la poziția de echilibru este $F_t = m \cdot g \cdot \sin \theta \approx m \cdot g \cdot \theta$. Dacă notăm cu ω viteza unghiulară, atunci avem: $\omega^2 = g/l$.

Deci $\omega = \sqrt{g/(l-a)}$. În această situație sînt interesante cazurile $a=0$ sau $a>0$. În ultimul caz pendulul va putea oscila numai dacă este legat de plafondul ascensorului.

2. Pendulul se află într-un vagon ce se deplasează rectiliniu cu accelerația a . Conform desenului se observă că accelerația pendulului $a_p = V_0 + a$, deci $T = 2\pi \sqrt{l/V_0^2 + a}$. De remarcat este faptul că pendulul va oscila de o parte și de alta a poziției înclinată pe care o are, deci față de această poziție se va calcula amplitudinea unghiulară. Se poate calcula o formulă a perioadei de oscilație și în funcție de unghiul corespunzător poziției de echilibru. Vă propun să demonstrați această formulă care este $T = 2\pi \sqrt{l \cos \alpha / g}$.



3. Pendulul oscilează într-un fluid de densitate cunoscută ρ_f . Se cunoaște și densitatea materialului din care este confecționată bila pendulului ρ_p , și se neglijează rezistența opusă de fluid în timpul așteptării.

Aplicind legea lui Arhimede se obține:

$$a_p = (P_p - P_0)/P_p$$

Deci formula va fi:

$$T = 2\pi \sqrt{l \rho_p / (\rho_p - \rho_f) g}$$


Se observă că dacă densitatea fluidului este neglijabilă în raport cu cea a pendulului (de exemplu fluidul este aer) se obține formula cunoscută.

Marșul atenție: cazul în care densitatea fluidului ρ_f este mai mare decât densitatea pendulului ρ_p . În acest caz pendulul poate să oscileze numai dacă este legat de fundul vagonului, iar echilibrul fluidului este mai mare decât lungimea firului.

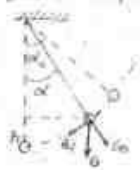
4. Pendulul oscilează la o înălțime foarte mare deasupra Pământului (trebuie să nu se neglijeze variația accelerației gravitaționale în funcție de înălțime). Cunoscută formula dependenței lui g de înălțime, adică $g = g_0 R^2 / (R+h)^2$, precum și faptul că va avea formula $T = 2\pi \sqrt{l(R+h)/R}$. Vă propun să demonstrați că perioada de oscilație la suprafața Pământului, iar R este raza Pământului, se observă că dacă înălțimea h este neglijabilă în comparație cu raza Pământului, formula este cea cunoscută.

5. Pendulul oscilează într-un vagon ce se mișcă pe o traiectorie circulară de rază cunoscută, cu viteză constantă în modul. Forța de acțiune asupra pendulului aflat în poziție de echilibru (care produce tensiunea din fir), se obține prin compunerea greutateii cu forța centripetă de inerție, care sînt perpendiculare $F = V_0^2/r + P$, deci $a = V_0^2/r + g$, unde V_0 este viteza tangențială a vagonului, iar r este raza traiectoriei. Se obține astfel formula dată în rezultatul problemei nr. 8 de la pag. 303 din manualul de fizică al clasei a IX-a (Capitolul 10).

6. În mod analog se poate obține formula perioadei de oscilație a unui pendul care oscilează într-un cărucior ce coboară liber pe un plan înclinat (fără frecare, apoi cu frecare) sau al unui pendul format dintr-o mică bilă electrică care oscilează într-un câmp electric de intensitate cunoscută, a unui pendul a cărui lungime variază cu temperatura, etc...

II. Determinarea energiei de oscilație a pendulului gravitațional. Vom nota cu α amplitudinea unghiulară (valoarea maximă a unghiului descris de către firul pendulului cu verticala în timpul oscilației). a) Energia potențială (la un moment dat). Formula se deduce foarte simplu porțind de la $E = mgh$, unde $h = l(1 - \cos \alpha)$, α fiind unghiul format de fir cu verticala în momentul respectiv. Deci $E_p = mgl(1 - \cos \alpha)$. Valoarea maximă

a energiei potențiale va fi $E_{pmax} = mgl(1 - \cos \alpha)$.



edite în momentul cînd pendulul se oprește pentru a reveni între poziția de echilibru. În acest moment energia totală a pendulului va fi egală cu energia potențială maximă E_{pmax} .

b) Energia cinetică. Fie un agent dat. Pornim de la formula cunoscută $E_k = mv^2/2$, dar nu cunoaștem viteza pendulului în orice moment. Din conservarea energiei putem scrie $E_k + E_p = E_{pmax}$. Deci $E_k = mgl(\cos \alpha - \cos \alpha')$. Folosind această formulă putem determina o altă formulă pentru determinarea vitezei pendulului în orice poziție. Din $mgl(\cos \alpha - \cos \alpha') = mv^2/2$, rezultă $v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha')}$.

III. Determinarea formulei care ne permite să calculăm tensiunea din firul pendulului în orice moment. Anunțăm este dată de rezultatul tuturor forțelor care produc întinderea firului. Deci $T = mg \cos \alpha$, unde α este tensiunea din fir, $g \cos \alpha$ componenta normală a gravitației, iar h forța centrifugă. Rezultă că $T = mg \cos \alpha$. Dacă l este lungimea pendulului, adică raza traiectoriei descrise de bila pendulului, folosind viteza din formula cunoscută obținem $T = mg(\cos \alpha - \cos \alpha')$. Tensiunea maximă o obținem pentru $\alpha = 0$, adică în momentul cînd trecem prin poziția de echilibru $T_{max} = mg(1 - \cos \alpha)$. Iar tensiunea minimă se obține pentru $\alpha = \alpha'$, adică în momentul cînd pendulul se oprește. $T = mg \cos \alpha'$.

IV. Determinarea amplitudinii oscilației unghiulare de oscilație. Pornim de la faptul că energia totală de oscilație a pendulului se conservă.

a) Pendulul oscilează într-un vagon care aflat inițial în repaus care începe să urce cu accelerația a . Egalind energia totală în cele două momente obținem: $mgl(1 - \cos \alpha) = mgl(1 - \cos \alpha')$. Din această relație se obține valoarea lui α' , care este noua amplitudine unghiulară.

b) Pendulul care oscilează inițial în aer cu amplitudinea unghiulară α , este apoi introdus într-un fluid de densitate cunoscută. $mgl(1 - \cos \alpha) = mgl(1 - \cos \alpha')$, unde α' este noua amplitudine unghiulară.

În final aceste se procedează pentru toate situațiile de la punctul I, înlocuind în formula energiei totale pe g cu a .

Avînd în vedere cele arătate și prezentul material, încercăm să rezolvăm problema propusă în acest număr al revistei pentru clasa a IX-a, referitoare la pendulul gravitațional. Vă dorim succes.

SUBIECTE DATE LA CONCURSUL DE ADMITERE ÎN ÎNVĂȚĂMÎNTUL POSTLICEAL

București 1990

A. PROBLEME DE MECANICĂ

1. Un corp cu masa $m=0,5$ kg care începe de la sol, pe verticală, în sus, cu viteză inițială $v_0=40$ m/s. Se cere: a) înălțimea maximă atinsă de corp (h) și timpul de urcare (t) în care corpul atinge această înălțime; b) energia cinetică și energia potențială la înălțimea $h=35$ m după intervalul de timp $t=2$ s, de la plecarea primului corp, se aruncă pe aceeași verticală un al doilea corp, identic cu primul și cu aceeași viteză inițială v_0 . Avînd în vedere cele două corpuri suferă o ciocnire plastică, să se determine viteza sistemului de corpuri imediat după ciocnire și căderea q necesară în procesul ciocnirii. Se va lua $g=10$ m/s² și se neglijează forța

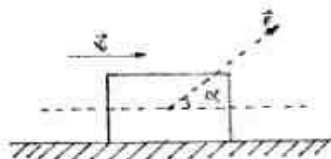
cărbile cu aerul. ($h=80$ m; $t_u=4$ s; $E_c=225$ J; $E_p=175$ J; $v=20$ m/s; $Q=50$ J).

2. Un corp este aruncat cu viteza $v_0=5$ m/s, de la înălțimea $h=2,5$ m, sub unghiul $\alpha=0^\circ$ cu orizontala. Să se determine: a) distanța parcursă de corp pe orizontală și unghiul β făcut de viteza corpului cu orizontala, în momentul atingerii solului, dacă $\alpha=0^\circ$; b) înălțimea maximă la care ajunge corpul și distanța parcursă pe orizontală dacă $\alpha=45^\circ$; c) unghiul $\alpha=0^\circ$ sub care trebuie aruncat corpul pentru ca distanța parcursă pe orizontală să fie maximă, precum și distanța maximă corespunzătoare. Se va lua $g=10$ m/s² ($d=3,53$ m; $\tan\beta=1,4$; $h_m=3,1$ m; $d=4$ m; $\alpha'=30^\circ$; $d=4,3$ m).

3. Un corp cu masa $m=10$ kg, se află pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=45^\circ$ față de orizontală. Să se calculeze, neglijând frecările și considerând $g=10$ m/s²: a) valoarea forței F orientată orizontal, care menține corpul în echilibru static pe planul înclinat; b) valorile F_1 și respectiv F_2 ale forței F pentru care corpul urcă pe planul înclinat cu accelerația $a_1=2$ m/s², respectiv coboară cu accelerația $a_2=1$ m/s²; c) să se refacă calculele de la punctul b) în condițiile în care coeficientul de frecare la alunecare a corpului cu suprafața planului înclinat este $\mu=1/2$ ($F=60$ N; $F_1=128$ N; $F_2=66$ N; $F_1=253$ N; $F_2=37$ N).

4. Un corp cu masa $m=5$ kg pornește din repaus și alunecă cu frecare ($\mu=0,5$) pe un plan înclinat de lungime $l=10$ m, care face cu orizontala un unghi α ($\sin\alpha=0,8$). Să se determine: a) accelerația corpului pe plan și energia lui cinetică în momentul cînd ajunge la baza planului înclinat; b) spațiul parcurs de corp în ultima secundă pînă la baza planului; c) intervalul valorilor accelerației a , cu care trebuie deplasat planul înclinat pe orizontală astfel încît corpul să rămînă în echilibru, față de plan. Se consideră $g=10$ m/s² ($a_1=5$ m/s²; $E_c=250$ J; $S=7,5$ m; $S=5$ m/s²; $a_2=55$ m/s²).

5. Unul corp cu masa $m=100$ kg l se imprimă la momentul $t_0=0$ o viteză inițială $v_0=10$ m/s. Corpul se deplasează pe un plan orizontal cu frecare ($\mu=0,2$). Se cere: a) după cît timp și la ce distanță se va opri corpul; b) să se arate că variația energiei cinetice a corpului este egală cu lucrul mecanic efectuat de forța de frecare, pînă la oprire; c) ce valoare trebuie să aibă forța F , orientată sub unghiul $\alpha=30^\circ$ față de orizontală, conform figurii, astfel încît corpul să fie menținut într-o mișcare uniformă cu viteza v ? Care este puterea dezvoltată de forța F ? Se va lua $g=10$ m/s² ($t=5$ s; $d=25$ m; $F=207$ N; $P=1790$ W).



B. PROBLEME DE TERMODINAMICA

1. Un mol de gaz ideal se află în starea 1, de volum $V_1=1$ și presiune $p_1=2,5$ lo N/m². Printr-o transformare izobară gazul este adus în starea 2, de volum $V_2=2V_1$, iar apoi printr-un proces izocor, gazul ajunge în starea 3 la presiunea $p_3=2p_1$, cunoscînd constantele gazelor ideale $R=25/3$ J/mol.K și căldura molară la volum constant $C_v=3R/2$, se cere: a) temperaturile T_1, T_2 și T_3 ; b) lucrul mecanic, căldura primită și variația energiei interne în transformările 1-2 și 2-3; c) lucrul mecanic, căldura

primită și variația energiei interne în procesul 1-3, dacă acesta reprezintă în planul presiune-volum o dreaptă care trece prin stările 1 și 3 și căldura molară în procesul 1-3: $T_1=300$ K; $T_2=600$ K; $T_3=1200$ K; $l=2,5$ kJ; $Q=5,25$ kJ; $\Delta U=3,75$ kJ; $l=3,75$ kJ; $Q=15$ kJ; $\Delta U=11,25$ kJ; $C=2R$).

2. O cantitate de heliu ocupă volumul $V_1=5$ l la presiunea $p_1=100$ kPa. Gazul se dilată izobar, primind căldură $Q=500$ J. Cunoscind exponentul adiabatic $\gamma=5/3$ pentru heliu, să se determine: a) volumul final al gazului; b) lucrul mecanic efectuat în deslușirea izobară; c) variația energiei interne în acest proces. ($V=7$ l; $l=200$ J; $\Delta U=300$ J).

3. Într-un vas se află inițial apă cu masa $m_1=4$ kg și temperatura $t_1=5^\circ$ C. În acest vas se mai toarnă apă cu masa $m_2=6$ kg și temperatura $t_2=80^\circ$ C. a) Se cere temperatura de echilibru t_0 a amestecului, dacă se neglijează capacitatea calorică a vasului și pierderea de energie în exterior. b) Să se calculeze valoarea capacității calorice a vasului știind că temperatura finală măsurată este $t_0=40^\circ$ C. c) În apa aflată la temperatura t_0 se introduc vapori de apă cu masa m_3 și temperatura $t_3=100^\circ$ C, precum și gheață cu masa m_4 și temperatura $t_4=20^\circ$ C. Să se calculeze raportul m_3/m_4 , astfel încît temperatura apei din vas să rămînă ne schimbată. Se dau: $c=4,2$ kJ/kg.K; $c_g=2,1$ kJ/kg.K; $\lambda=330$ kJ/kg și $\lambda_g=2300$ kJ/kg ($t_0=54^\circ$ C; $C=12$ kJ/K; $m_3/m_4=4,7$).

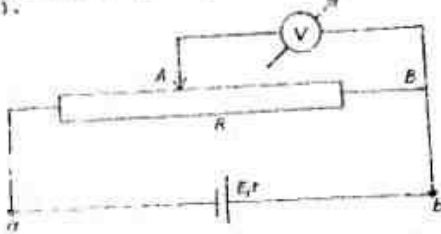
4. Într-un vas de capacitate calorică neglijabilă se află $m_1=40$ kg apă cu temperatura $t_1=25^\circ$ C. a) Să se calculeze masa m_2 de apă cu temperatura $t_2=80^\circ$ C, turnată în vas ca temperatura de echilibru să fie $t_0=40^\circ$ C, neglijînd capacitatea calorică a bșii. b) Care trebuie să fie masa m_3 de apă, cu temperatura $t_3=70^\circ$ C, cu temperatura de echilibru să fie tot $t_0=40^\circ$ C, dacă baia are capacitatea calorică $C=20$ kJ/K. c) Să se calculeze masa m_4 de gheață cu temperatura $t_4=20^\circ$ C, ce trebuie introdusă în baie, după stabilirea echilibrului termic în condițiile punctului a), pentru ca în baie să se obțină apă la 0° C. Se dau: $c=4,2$ kJ/kg.K; $c_g=2,1$ kJ/kg.K și $\lambda=330$ kJ/kg. ($m_2=15$ kg; $m_3=2,38$ kg; $m_4=26,17$ kg).

5. Un tub cilindric de sticlă, deschis la amîndouă capetele, avînd lungimea $l=100$ cm, se afundă cu jumătate din lungimea sa, vertical în apa dintr-un vas deschis. Astfel afundat, se astupă deschiderea capătului superior al tubului și apoi se scoate vertical afară în aer. Să se calculeze: a) lungimea l' pînă la care rămîne apă în tub. Se consideră densitatea apei $\rho=10^3$ kg/m³, presiunea atmosferică $p_a=10^5$ N/m², accelerația gravitațională $g=10$ m/s² (se neglijează efectele de capilaritate). b) la ce temperatură T_2 ar trebui încălzit tubul cu aer și apă, tînd tot vertical, astfel încît lungimea coloanei de apă să devină $l_2=35$ cm, temperatura inițială fiind $T_1=290$ K (se neglijează dilatarea apei). c) modificarea lungimii Δl a coloanei de apă dacă, în condițiile de la punctul a), se ține seama de capilaritate, tegsiunea superficială a apei fiind $\sigma=72,8 \cdot 10^{-3}$ N/m, iar raza tubului este $r=1$ mm. ($l'=6,475$ m; $T_2=363,6$ K; $\Delta l=3,63 \cdot 10^{-3}$ m).

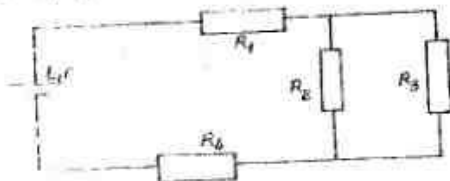
C. PROBLEME DE ELECTRICITATE

1. Un potenționetru cu rezistența $R=100$ Ω este conectat la o sursă de t.e.m. $E=100$ V și rezistența internă $r=50$ Ω . Să se stabilească: a) intensitatea curentului prin circuit, în absența voltmetrului; b) căderea de tensiune la bornele sursei și puterea disipată de potenționetru, ca rezistor; c) indicația voltmetrului cu rezistența $R_v=500$ Ω , conectat ca în figură, dacă contactul X se află la mijlocul potenționetruului. Care este diferența de potențial dintre punctele A și B, dacă se deconectează

ză voltmetru V ($I=1$ A; $U=100$ V; $P=100$ W; U_{AB} în V).



2. O baterie cu t.e.m. $E=12$ V și rezistență internă $r=0,5 \Omega$ debitează pe rezistențele $R_1=1 \Omega$, $R_2=2 \Omega$, $R_3=6 \Omega$ și $R_4=3 \Omega$, montate ca în figură. Se cere: a) rezistența echivalentă a circuitului exterior; b) intensitatea curentului debitat de baterie și intensitățile I_1 și I_2 prin rezistențele R_2 , respectiv R_3 ; c) dacă la bornele (a,b) se conectează în locul rezistențelor un condensator, atunci acesta se încarcă cu sarcină $Q=7,2 \cdot 10^{-6}$ C. Condensatorul plan are formă din două armături de arie $S=40$ cm² depărtate una de alta la distanță $d=0,295$ mm și un dielectric de grosime d , dar cu arie $S/2$. Care este capacitatea condensatorului și permitivitatea relativă ϵ_r a dielectricului? ($\epsilon_0=8,856 \cdot 10^{-12}$ F/m. ($R=5,5 \Omega$; $I=2$ A; $I_2=1,5$ A; $I_3=0,5$ A; $C=60$ nF; $\epsilon_r=9$).

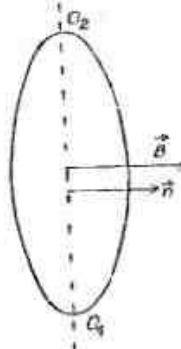


3. Două condensatori plini, cu aer, de aceeași capacitate $C_1=C_2=100$ pF sînt legați la capete de t.e.m. $E=500$ V. Să se calculeze: a) sarcinile electrice de pe armăturile fiecărui condensator, în cazul în care condensatorii sînt legați în paralel; b) sarcinile electrice de pe armăturile fiecărui condensator și diferența de potențial dintre armăturile fiecărui condensator, dacă aceștia se leagă în serie; c) diferența de potențial dintre armăturile fiecărui condensator, dacă, în condițiile de la punctul b) spațiul dintre armăturile condensatorului C_1 se umple cu un dielectric de permitivitate relativă $\epsilon_r=5$ (permitivitatea relativă a aerului fiind 1). ($Q_1=Q_2=50$ nC; $Q_1=Q_2=25$ nC; $U_1=416$ V; $U_2=84$ V).

4. Un condensator plan are armăturile pătrate, cu laturile $l=10$ cm, aflate la distanță $d=2,5$ mm. Să se calculeze: a) capacitatea condensatorului, dacă între armături se află aer; ($\epsilon_0=8,856 \cdot 10^{-12}$ F/m). b) capacitatea condensatorului, dacă între armături se introduc două straturi dielectrice: porțelan ($\epsilon_r=5$) de grosime $d_1=1$ mm și ebonită ($\epsilon_r=3$) de grosime $d_2=1,5$ mm; c) între armăturile condensatorului se aplică tensiunea $U=500$ V, să se determine tensiunea la care se află fiecare strat dielectric de la punctul b) și intensitatea cîmpului electric în fiecare strat. ($C=35,4$ pF; $C'=126$ pF; $U_1=143$ V; $U_2=357$ V; $F_1=143$ kV/m; $F_2=236$ kV/m).

5. Într-un cîmp magnetic uniform de inducție $B=0,12$ T se află un cadru circular format din N spire, de diametru $d=10$ cm, așezat astfel încît vectorul B este perpendicular pe planul cadrului, conform figurii. Să se calculeze: a) fluxul magnetic printr-o singură spirală; b) tensiunea U la care trebuie accelerat un fascicul de electroni, care intrînd în cîmpul magnetic considerat c. viteza perpendiculară pe in-

ducția B , să descrie un cerc cu raza $r=5$ mm; c) numărul N de spire din care este confecționat cadrul, dacă prin rotirea acestuia cu un unghi de 180° față de diametrul O_1O_2 în timpul $\Delta t=0,14$ s, se induce t.e.m. $E=0,042$ V. Se cunosc $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. ($\phi=9,42 \cdot 10^{-8}$ Wb; $U=28,8$ kV; $N=70$).



A. SUBIECTE DE MECANICA

1. Determinați accelerația la urcare a unui corp pe un plan înclinat, cu frecare.
2. Enunțați legea atracției universale a lui Newton și definiți intensitatea cîmpului gravitațional.
3. Definiți puterea mecanică și unitatea de măsură în SI.
4. Enunțați principiul suprapunerii forțelor.
5. Definiți coeficientul de frecare la alunecare.
6. Enunțați teorema de variație a energiei cinetice.
7. Să se deducă formula lui Galilei.
8. Stabiliți expresia randamentului planului înclinat.
9. Calculați variația energiei cinetice în ciocnirea perfect plastică.
10. Deduceți legea vitezei pentru mișcarea rectilinie uniform variată.
11. Definiți lucrul mecanic și unitatea lui de măsură în SI.
12. Enunțați teorema de variație a impulsului pentru un punct material.
13. Determinați accelerația la coborîre a unui corp pe un plan înclinat, cu frecare.
14. Enunțați legile frecării la alunecare.
15. Definiți momentul unei forțe față de un pol.

B. SUBIECTE DE TERMODINAMICA

1. Enunțați principiile calorimetriei.
2. Scrieți expresia vitezei de evaporare și denumiți mărimile din relație.
3. Deduceți legea lui Jurin.
4. Enunțați primul principiu al termodinamicii.
5. Definiți unitatea de măsură pentru temperatura absolută în SI.
6. Definiți masă molară, molul și numărul lui Avogadro.
7. Definiți capacitatea calorică și unitatea ei de măsură în SI.
8. Demonstrați relația Robert Mayer.
9. Deduceți expresia matematică a forței de dilatare termică.
10. Definiți: căldură specifică și căldura molară; precizați unitățile de măsură în SI.
11. Să se deducă dependența densității unui gaz ideal de presiune și temperatură.

12. Să se scrie expresia variației energiei interne într-o transformare adiabatică.

13. Să se deducă randamentul unei mașini termice care funcționează după ciclul Carnot.

14. Să se definească punctul triplu al unei substanțe.

15. Izotermele lui Andrews; starea critică.

C. SUBIECTE DE ELECTRICITATE

1. Enumerați legea lui Coulomb și definiți intensitatea cîmpului electric.

2. Gruparea în paralel a rezistorilor.

3. Să se definească unitatea de măsură pentru intensitatea cîmpului electric în SI.

4. Definiți potențialul electric într-un punct al cîmpului și unitatea de măsură în SI.

5. Enumerați legile lui Kirchhoff.

6. Scrieți expresia forței electromagnetice și definiți inducția magnetică.

7. Definiți capacitatea electrică a unui conductor izolat; scrieți capacitatea condensatorului plan, indicînd denumirile mărimilor din relație.

8. Scrieți expresia inducției magnetice pentru un punct de pe axa unui solenoid.

9. Definiți rezistența electrică și unitatea ei de măsură în SI.

10. Definiți forța Lorentz și deduceți expresia ei automată.

11. Gruparea în paralel a condensatoarelor.

12. Enumerați legea lui Ohm pentru întreaga circuit.

13. Enumerați legile electrolizei.

14. Deduceți expresia tensiunii electromotrice induse într-un conductor rectiliniu ce se deplasează cu viteză constantă în cîmp magnetic uniform.

15. Deduceți expresia perioadei de rotație a unui purtător de sarcină electrică într-un cîmp magnetic omogen, considerînd că direcția vitezei purtătorului de sarcină electrică este perpendiculară pe liniile de cîmp magnetic.

PROBLEME PROPUSE

pentru admiterea în învățămîntul POSTLICEAL

1. Un corp P de dimensiuni neglijabile și masă $m=2$ kg este suspendat de un fir de masă neglijabilă avînd lungimea $l=40$ cm. Sistemului i se imprimă o mișcare de rotație uniformă astfel încît corpul P descrie o traiectorie circulară în plan orizontal, cu viteză unghiulară $\omega=7$ rad/s. Considerînd firul inextensibil, să se calculeze: a) unghiul α dintre fir și verticală în timpul mișcării de rotație; b) lucrul mecanic necesar pentru a aduce corpul P din starea de repaus în starea de mișcare considerată anterior; c) dacă firul este extensibil, avînd aria secțiunii transversale $S=1$ mm², iar sub efectul greutății corpului P, alungirea absolută a firului este $\Delta l=3,92 \cdot 10^{-3}$ m, să se calculeze: d) modulul de elasticitate al materialului din care este confecționat firul și alungirea $\Delta l'$ a firului în timpul mișcării de rotație a corpului P. ($E=60 \cdot 10^9$ N/m²; $l=9,8$ J; $E=2 \cdot 10^{11}$ N/m; $\Delta l=7,84 \cdot 10^{-3}$ m).

2. Un cub cu latură $a=8$ cm, confecționat dintr-un material cu densitate $\rho=800$ kg/m³, se scufundă în apă astfel ca fața sa superioară să se afle la o adîncime $h=2,5$ m. Să se calculeze: a) rezultanta forțelor ce acționează asupra cubului și accelerația cubului lăsat la

liber; b) timpul t după care fața superioară a cubului atinge suprafața apei și viteza cubului la momentul t ; c) fracțiunea x din latura cubului, care rămîne scufundată în apă, la echilibru. Se consideră $g=10$ m/s² și densitatea apei $\rho=10^3$ kg/m³. ($F=1$ N; $a=2,5$ m/s²; $t=1,41$ s; $v=1,5$ m/s; $x=0,8$ m).

3. Constanta elastică a unui resort este $k=10^3$ N/m. De un capăt al resortului este suspendat un corp de masă $m=0,1$ kg. Se produc oscilații ale corpului astfel încît la distanța $y=3 \cdot 10^{-2}$ m de poziția de echilibru, impulsul corpului este $p=0,3$ kg·m/s. Să se scrie ecuația mișcării oscilatorii a corpului considerînd faza inițială egală cu zero; b) să se calculeze valoarea maximă a impulsului corpului în timpul mișcării oscilatorii; c) să se calculeze energia cinetică a corpului și energia potențială a sistemului, în momentul cînd elongația mișcării oscilatorii este $y=4$ cm. ($y=3 \cdot 10^{-2}$ sin $100\pi t$ (m); $p=0,42$ N·s; $E_p=0,03$ J; $E_c=0,1$ J).

4. Un punct material dintr-un mediu cu modulul de elasticitate $E=2,7 \cdot 10^8$ N/m² și cu densitatea $\rho=3 \cdot 10^3$ kg/m³ este supus simultan oscilațiilor descrise de ecuațiile: $x_1=4 \cdot 10^{-3}$ sin $2\pi t$ (Sect-5) și $x_2=3 \cdot 10^{-3}$ sin $2\pi t$ (Sect-4,5) m. Să se scrie ecuația mișcării punctului în cazul a) să se arate dacă în locul unde se află acest punct se obține un maxim sau un minim de interferență; b) să se calculeze amplitudinea și faza oscilației rezultante; c) să se calculeze lungimea de undă a oscilațiilor longitudinale care interferează. ($x_1=4 \cdot 10^{-3}$ sin $2\pi t$; $x_2=3 \cdot 10^{-3}$ sin $2\pi t$).

5. Două incinte de volume $V_1=5 \cdot 10^{-3}$ m³ și respectiv $V_2=10^{-3}$ m³, umplute cu același gaz ideal monoatomic și aflate la temperatură $T_1=300$ K, pot comunica între ele printr-un tub la volum neglijabil închis inițial printr-un robinet. În incinta (1) presiunea gazului este $p_1=2 \cdot 10^5$ N/m², iar în incinta (2) este $p_2=1 \cdot 10^5$ N/m². Se deschide robinetul și se așteaptă după aceea incinta (2) la temperatură $T_2=250$ K. Să se determine: a) numărul molilor de gaz aflați în fiecare incintă, în starea inițială; b) numărul molilor de gaz aflați în fiecare incintă, în starea finală; c) variația energiei interne a gazului din ambele recipiente. Constante: gazele perfecte este $R=8,31$ J/mol·K. ($V_1=5 \cdot 10^{-3}$ m³; $V_2=1 \cdot 10^{-3}$ m³; $p_1=2 \cdot 10^5$ N/m²; $p_2=1 \cdot 10^5$ N/m²; $T_1=300$ K; $T_2=250$ K).

6. O mașină termică funcționează cu $V=2$ moli gaz ideal după un ciclu Carnot, primind căldură $Q_1=6,31$ kJ și efectuînd lucrul mecanic $L=3,324$ kJ în fiecare ciclu. Să se determine: a) raportul vitezelor medii pătrătice (termice) ale moleculelor de gaz, corespunzînd temperaturilor extreme atinse în cadrul procesului ciclic; b) temperaturile extreme atinse, știind că în cursul destinderii izoterme presiunea gazului scade de n ori (n fiind baza logaritmilor naturali); c) exponentul adiabatic al gazului, știind că lucrul mecanic efectuat în cursul destinderii adiabactice este egal cu căldura primită în destinderea izoterma. Se dă $R=8,31$ J/mol·K. ($V_1/V_2=\sqrt{4}/\sqrt{3}$; $T_1=500$ K; $T_2=300$ K; $\gamma=7/5$).

7. Două sfere metalice identice, de dimensiuni foarte mici și mase egale $m=3 \cdot 10^{-3}$ kg, sînt atîrnate de două fire izolatoare, inextensibile, avînd fiecare lungimea $l=11$ cm, distanțate între punctele de atîrnare la aceeași înălțime în care sînt fixate celelalte capete ale firelor fiind de 2 cm. În situația în care firele sînt verticale, sferile sînt încărcate cu sarcini electrice egale și de același semn. După aceea, sferile se deplasează și rămîn în echilibru cînd remaneau din fire dintr-un $l=6 \cdot 10^{-2}$ m. Să se calculeze: a) sarcina electrică de pe fiecare sferă; b) lucrul mecanic efectuat de forțele electrice pentru a aduce sferile din poziția inițială în cea finală; c) știind că o efe-

Pe o bobină realizată din fir de nichel
lung de $l = 100\text{ cm}$, se realizează înălțimea $h = 5,10\text{ cm}$ care înfigura 1 pe o înălțime mare
astfel cilindric cu permeabilitate $\mu = 10^{-3}\text{ H/m}$.
Pe o distanță de 10 cm , stăla de înfigura
conștient are 500 de spire pe o lungime $1,4\text{ cm}$
și pe este alimentată cu tensiunea $U = 200\text{ V}$.
Să se calculeze: a) Inductanța bobinei;
b) Tensiunea efectivă a curentului electric
oric bobinei; c) Aluzările active, reactive
și aparente; d) $I = 2,30 \times 10^{-3}\text{ A}$; $I = 3,53\text{ A}$; $P = 268\text{ W}$; $P = 512\text{ W}$.

Fig. 2. Rezistența ($R=10\Omega$), capacitatea ($C=1\mu F$) și un condensator ($Z_{C0}=5\cdot 10^{-3}\Omega$) se conectează în paralel, iar la bornele circuitului se aplică o tensiune alternativă cu valoarea efectivă $U_{eff}=220V$ și frecvența $\omega=314s^{-1}$. Se calculează: intensitatea curenților din circuit și diagrama fazelor a acestora; impedanța circuitului și defazajul dintre curent și tensiunea la bornele circuitului; modificările frecvenței sursei, pentru ce valoare a frecvenței ω se obține intensitatea minimă a curentului valoarea necunoscută; ($R=22\Omega$; $C=1\mu F$; $Z_{C0}=11\Omega$; $Z_{C0}=5\cdot 10^{-3}\Omega$ și $\omega=314s^{-1}$).

Orinella

Bucuresti

2.36 se deduce: algeza lui Bernoulli
biruimentul ciclului Larnat reversibil, c)
locuștea de rezonanță a unui circuit LC - a-
sta.

4. După recipientul A și 9, izolatoare termice de medii înconjurător, sunt unite printr-un tub de vidul necesar, în funcție de cerințele de închidere, recipientul A conține $V_1 = 1,25$ litri de apă la presiunea $p_1 = 0,65$ bar, la temperatura $t_1 = 20^\circ\text{C}$, iar recipientul B este gol și închis, la aceeași temperatură și la volumul recipientului A; diferențierea se realizează la presiune și temperatură în funcție de necesitățile procesului de recipientul B și variabilele necesare pentru a prezenta din recipientul A, la care s-a realizat și procesul de recipientul B, după deschiderea recipientului B, recipientul B se stabilizează la presiunea p_2 .

5. Răturile unui condensator eim au
formă de pătrat cu latura l și cu n și se află
în vid la distanța d de placa de altă latură
astfel se aplică tensiunea $U=50$ V, un fascicul
de electroni, cu viteza inițială nulă și câmbilă
și accelerat cu tensiunea $U=4,55$ kV, pășind
pe axa condensatorului, după o direcție paralelă
cu arăturile acestuia. Să se determine: a) câmbilă
pozitivă condensatorului și sarcina electrică
de pe arăturile acestuia; b) viteza cu care e-
lectronii intră în condensator și deviația în-
săciului, față de direcția inițială, la ieșire
din condensator; c) direcția sensul și modulul
inducției magnetice care acționează între ară-
turile condensatorului ar omnia deviația calcu-
lată la punctul b). Se cunosc: sarcina electro-
nului $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ C, masa electronului, $m=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg și $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

1. Ein offenes Ip.

2. Din oficiu la.

1) [3p] Determinați și scrieți ecuațiile mărilor (0,5p)
Lucrul mecanic motor:
$$L_1 = p_1 v = p_1 m / \rho \quad (0,5p)$$
Lucrul mecanic rezistent:
$$L_2 = -p_2 v = -p_2 m / \rho \quad (0,5p)$$
Lucrul mecanic al greutatei:
$$L_3 = -mg(z_2 - z_1) \quad (0,5p)$$
$$L_F = L_1 + L_2 + L_3 = m(\sqrt{2} - \sqrt{1/2})^2 (v_1 - v_2) m / \rho \quad (0,5p)$$
$$m g(z_1 - z_2) \quad (0,5p)$$
$$m \left(\frac{Q \sqrt{2}}{2} \right) + \rho g z_{\text{centru}} \quad (0,5p)$$

19

3. Din oficiu 1p.

a) (3p) $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = 2 \text{ rad/s}$ (0,5p)

$$E = \frac{1}{2} \pi \omega^2 A^2; A = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2E}{\pi}} =$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-7}}{10^{-3}}} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad (0,5p)$$

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \sin(2t + \frac{\pi}{6}) \quad (2p)$$

b) (3p) $m v^2/2 = m \omega^2 y^2/2$ (1p)

$$v = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (0,5p)$$

$$\sin^2(\omega t + \varphi_0) = \cos^2(\omega t + \varphi_0);$$

$$2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) = 1 \quad (0,5p)$$

$$2(\omega t + \varphi_0) = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad (0,5p)$$

$$t_n = \frac{1}{2} \left[(2n+1)\frac{\pi}{\omega} - \frac{\pi}{\omega} \right] \quad (0,5p)$$

c) (3p) $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta \varphi = (4+9+2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) \cdot 10^{-4}$ (1p)

$$A = 4,83 \text{ cm}$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{10} + A_2 \sin \varphi_{20}}{A_1 \cos \varphi_{10} + A_2 \cos \varphi_{20}} \quad (1p)$$

$$= \frac{2 \sin \frac{\pi}{6} + 3 \sin \frac{\pi}{3}}{2 \cos \frac{\pi}{6} + 3 \cos \frac{\pi}{3}} = \frac{2+3\sqrt{3}}{3+2\sqrt{3}} = 1,11$$

$$y = y_1 + y_2 = 4,83 \sin(2t + \arctg 1,11) \text{ cm} \quad (1p)$$

4. Din oficiu 1p.

a) (2p) $m = \sqrt{\mu} = 1,015 \cdot 32 = 32,48 \text{ kg}$ (1p)

$$V_A = \sqrt{RT_1/p_2} = 1,015 \cdot 8314 \cdot 300 / 50,65 \cdot 10^5 =$$

$$0,5 \text{ m} \quad (1p)$$

b) (2p) $\rho_0 = p_0 / \mu / RT_0 = 1,013 \cdot 10^5 \cdot 32 / 8314 \cdot 273 =$

$$1,42 \text{ kg/m}^3 \quad (2p)$$

c) (5p) $p(V_A + V_B)/T = p_A V_A/T_1$ (1p)

$$V_B = V_A \left(\frac{p_1}{p} \cdot \frac{T}{T_1} - 1 \right) = 0,5 \left(\frac{50,65}{20,26} \cdot \frac{290}{300} - 1 \right) =$$

$$0,707 \text{ m}^3 \quad (1p)$$

Masa rămasă în A este:

$$m^* = p V_A / \mu / RT = \frac{20,26 \cdot 0,5 \cdot 32 \cdot 10^5}{8314 \cdot 290} = 13,45 \text{ kg} \quad (1p)$$

$$|\Delta U| = |U_2 - U_1| = c_v (m T_1 - m^* T) \quad (1,5p)$$

$$|\Delta U| = 650(32,48 \cdot 300 - 13,45 \cdot 290) = 3,798 \text{ MJ} \quad (0,5p)$$

5. Din oficiu 1p.

a) (2,5p) $C = \epsilon_0 S/d = \epsilon_0 l^2/d$ (1p)

$$C = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} / 10^{-2} = 8,85 \text{ pF} \quad (0,5p)$$

$$Q = CU \quad (0,5p)$$

$$Q = 4,425 \cdot 10^{-10} \text{ C} \quad (0,5p)$$

b) (3p) $v = \sqrt{2eU_A/m}$ (1p)

$$v = 2,1 \cdot 8 \cdot 10^{-19} \cdot 4,55 \cdot 10^3 / 9,1 \cdot 10^{-31} =$$

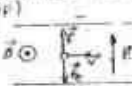
$$4 \cdot 10^7 \text{ m/s} \quad (0,5p)$$

$$y = at^2/2; t = l/v; a = eE/m = eU/ma$$

$$y = (lU/2md) \cdot (l^2/v^2) = ul^2/4dU_A \quad (1p)$$

$$y = 50 \cdot 10^{-2} / 4 \cdot 10^{-2} \cdot 4,55 \cdot 10^3 = 2,75 \text{ mm} \quad (0,5p)$$

c) (3,5p) sau alt mod de a indica ansul 1p



$f_{\text{max}} = 0,5p$

$$F = eE = eU/d \quad (0,5p)$$

$$f = F_2; B = U/dv \quad (1p)$$

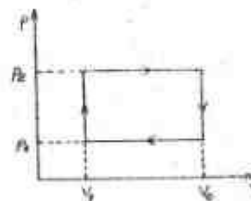
$$B = 50/10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^7 = 12,5 \cdot 10^{-5} \text{ T} \quad (0,5p)$$

Facultatea DE CHIMIE SI CHIMIE INDUSTRIALA Universitatea din Cluj

1. Să se deducă expresiile: a) funcției de potențial al lui Jurin; b) forței de interacțiune magnetice dintre doi magneti paraleli; c) expresia inductanței unei bobine.

2. Să se enunțe și să se scrie expresiile pentru: a) legea lui Coulomb; b) legea inducției electromagnetice; c) legea transformărilor izoterme; d) legea electrochimică.

3. O masă m de apă aflată la $p_1 = 10^5 \text{ Pa}$ și $t_1 = 27^\circ \text{C}$ ocupă $V_1 = 30 \text{ dm}^3$ și parcurge ciclul de transformări din figura. Se dau $p_2 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_3 = 60 \text{ dm}^3$. Se cere: a) să se reprezinte grafic ciclul în coordonate (p,T); b) randamentul motorului cu funcționare după acest ciclu și randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme ale ciclului dat; c) pentru ce viteză a volumului temperatură atinsă este maximă.

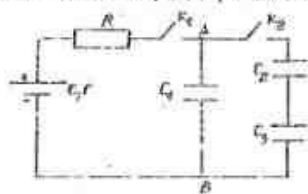


În decursul unei transformări care în coordonate (p,V) este o dreaptă ce unește punctele 2 și 4 ? d) care este relația între temperaturile celor 4 stări pentru ca punctele 2 și 4 să se afle pe aceeași izotermă ? Se dau $p_1 = 1,293 \text{ g/dm}^3$, $p_2 = 10^5 \text{ N/m}^2$, $c_p = 0,723 \text{ J/g} \cdot \text{K}$, $\rho_p = 1,013 \text{ g/g} \cdot \text{K}$, $\mu_{\text{ap}} = 29 \text{ kg/kmol}$.

4. Într-un calorimetru se află 100 g apă la temperatura $t_1 = 20^\circ \text{C}$. Să se calculeze: a) cantitatea de căldură necesară pentru a aduce apa la 100°C ; b) cantitatea de căldură necesară evaporării întregii cantități de apă prin fierbere; c) volumul ocupat de vaporii de apă, considerând gaz ideal rezultat prin fierbere, la temperatura de fierbere de 100°C și presiunea atmosferică normală $p = 10^5 \text{ N/m}^2$. Se dau $R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{grad}$, $c = 4186 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}$, $\lambda_v = 2260 \text{ kJ/kg}$, $\mu_{\text{ap}} = 18 \text{ kg/kmol}$.

5. Se consideră circuitul din figura, în care se cunosc: $R = 5000 \Omega$, $C_1 = 1 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$, $C_3 = 3 \mu\text{F}$, $E = 10 \text{ V}$, $r = 0$. Se cere: a) capacitățile echivalente între punctele A și B dacă K_1 este închis; b) întrerupătorul K_2 fiind deschis, se închide K_1 , până când condensatorul C_1 se încarcă complet; care este sarcina acumulată pe C_1 și cu

ce este căldura depozitată în rezistorul R în timpul încălzirii; c) după încălzirea completă a



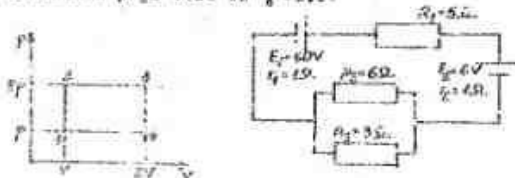
intensitatea instantanee a curentului prin R dacă K₁ și K₂ sînt închise?

CHIMIE - FIZICĂ DE 3 ANI SECȚIA DIDACTICĂ

1. a) Să se deducă expresia vitezei termice a moleculelor unui gaz ideal; b) Să se exprime variația energiei interne, lucrul mecanic și căldura schimbată în procesele izoterm și adiabatic indicînd semnificația fizică a mărimilor care intervin. c) Să se enumere factorii de care depinde viteza de evaporare.

2. a) Să se deducă expresia energiei câmpului magnetic. b) Să se scrie expresia intensității câmpului electric generat de un corp punctiform indicînd semnificația fizică a mărimilor care intervin. c) Să se enunțe legile electrolizei.

3. Un gaz ideal poate descrie transformările 123 și 145 în coordonate pV, conform figurii alăturată. Să se compare căldurile schimbate, variațiile energiei interne și lucrurile efectuate în cele două transformări. Se consideră cunoscuta p și V. Cu da $\gamma = 1.5$.



4. Să se considere circuitul din figura alăturată (de mai sus). Să se determine: a) curentul electric prin rezistorul R₁; b) curentul electric prin rezistorul R₂ și R₃; c) tensiunile la bornele surselor.

5. La un generator de curent alternativ cu tensiunea la borne de 20 V se conectează un circuit serie format dintr-un condensator de capacitate $5 \cdot 10^{-5}$ F și o bobină cu inductanța $L = 2/\pi$ H și rezistența $R = 400 \Omega$. Să se determine: a) intensitatea curentului în circuit la o frecvență a curentului alternativ $\omega = 100$ Hz; b) frecvența curentului alternativ pentru care are loc rezonanța tensiunilor; c) intensitatea curentului din circuit la rezonanță.

Vă propunem și puțină MATEMATICĂ

1. În triunghiul dreptunghic ABC, $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$ și $BC = 4a$. Fie F mijlocul catetei AB. Să se determine în punct F pe ipotenuza AC punctul D astfel încât $MD + MA = m$ (m o lungime dată).

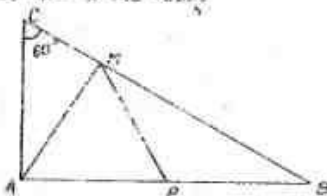
Soluție:

Notăm $\angle MDC = x$. Determinarea lui x duce la determinarea punctului D.

În triunghiul MAC avem:

$$MA^2 = MC^2 + AC^2 - 2MC \cdot AC \cdot \cos 50^\circ. \text{ Dar } AC = 2a \text{ și}$$

$$\text{atunci: } MA^2 = x^2 + 4a^2 - 2ax.$$



În triunghiul MFB obținem:

$$MP^2 = MB^2 + FB^2 - 2 \cdot MB \cdot FB \cdot \cos 30^\circ.$$

După înlocuire avem:

$$MP^2 = (4a-x)^2 + 3a^2 - 2a(4a-x) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ sau}$$

$MP^2 = x^2 - 7ax + 7a^2$, înlocuind în relație din enunț se obține:

$$2x^2 - 7ax + 11a^2 - m^2 = 0.$$

Soluțiile cuprinse între 0 și 4a ale ecuației sînt soluțiile problemei;

$$\text{Dacă } \Delta = 49a^2 - 8(11a^2 - m^2) > 0 \text{ sau}$$

$$8a^2 - 39a^2 > 0, m \text{ și } a \text{ fiind pozitivi rezultă:}$$

$$m > \frac{a\sqrt{73}}{4} \text{ și } x = \frac{7a \pm \sqrt{8a^2 - 39a^2}}{4}$$

Discuție: $0 \leq x \leq 4a$

$$\text{Dacă } f(0) = 11a^2 - m^2 > 0 \text{ adică } m < a\sqrt{11}$$

$$f(4a) = 15a^2 - m^2 > 0 \text{ adică } m < a\sqrt{15}.$$

Tabloul discuției:

	$m < \frac{a\sqrt{73}}{4}$	$\frac{a\sqrt{73}}{4} < m < \frac{a\sqrt{15}}{4}$	$\frac{a\sqrt{15}}{4} < m < a\sqrt{11}$	$m > a\sqrt{11}$
conf. A	+	+	+	+
Δ	+	+	+	+
$f(0)$	+	+	+	-
$f(4a)$	+	+	+	-
	0	0	0	0
	x_1, x_2	x_1, x_2	x_1, x_2	x_1, x_2

Suma $S = 7a/4$ este în intervalul $(0; 4a)$ și atunci:

$$m < \frac{a\sqrt{73}}{4} \quad 0 \text{ soluții}$$

$$\frac{a\sqrt{73}}{4} < m < a\sqrt{11} \quad 2 \text{ soluții}$$

$$a\sqrt{11} < m < a\sqrt{15} \quad 1 \text{ soluție}$$

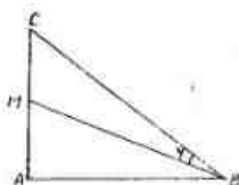
$$m > a\sqrt{15} \quad 0 \text{ soluții}$$

2. În triunghiul dreptunghic ABC ($\angle A = 90^\circ$), se notează cu y unghiul dintre mediuna EM și ipotenuza. a) Să se exprime tg y în funcție de tg B. b) Să se determine valoarea unghiului pentru tg y.

Soluție: a) $EM = \frac{1}{2}AC$, $\angle EMB = y$, $\angle C = \alpha$, $\angle B = \beta$.

Înlocuind rezultă: $\tan B = 2 \cdot \tan(B-y)$

$$\text{tg } y = \frac{\text{tg } B}{2 + \text{tg}^2 B}$$



b) Punind condiția ca ecuația în $\tan \beta$ să aibă rădăcinile reale, deci rezultatul să fie pozitiv avem:
 $\tan^2 \beta \cdot \tan \gamma - \tan \beta \geq 2 \tan \gamma = 0$
 și:
 $1 - \tan^2 \gamma \geq 0$ sau:
 $-\sqrt{2}/4 \leq \tan \gamma \leq \sqrt{2}/4$

Dar γ este unghiul ascuțit, deci $\tan \gamma > 0$ și atunci valoarea maximă este $\tan \gamma = \sqrt{2}/4$ și se realizează când $\tan \beta = \sqrt{2}$.

Altă metodă pentru determinarea extremului: scriem expresia sub o formă convenabilă:

$$\tan \gamma = \frac{\tan \beta}{2 + \tan^2 \beta} = \frac{1}{\frac{2}{\tan \beta} + \tan \beta}$$

Fracția cu numărătorul constant este maximă când numitorul este minim. Cel doi termeni au produsul constant și atunci minimul se realizează când termenii sînt egali adică:

$$\tan \beta = 2/\tan \beta \text{ sau } \tan \beta = \sqrt{2}.$$

Prof. Dogăroiu Enanțoi - Brașov

ANALOGII IN FIZICA

Oscilații mecanice și electromagnetice

Traian I. Crețu, Livia M. Dincă

Se spune că, observînd căderea unui măr din poa, Newton a ajuns la concluzia că aceeași forță, forța atracției universale, este responsabilă, în mod analog, atât de căderea mărului cât și de mișcarea corpurilor cerești. Indiferent de ce "analogia cu mărul" este sau nu adevărată, legea atracției gravitaționale amintite de către Newton reprezintă una dintre legile fundamentale ale naturii.

De asemenea, se consideră că Huygens a ajuns la enunțarea principiului, care-l poartă numele, pe baza unor analogii între unda luminică și undele provocate de căderea unei pietre pe suprafața apei dintr-un lac.

Fără îndoială că există multe analogii în fizică, în sensul că fenomene fizice din domenii total diferite care s-ar părea, la prima vedere, că nu au nimic comun între ele, se desfășoară în mod analog. Sesizarea unor astfel de analogii facilitează, de multe ori, o înțelegere mai aprofundată a fenomenelor fizice, respectiv o reprezentare mai intuitivă a acestora.

Există, însă și multe cazuri când analogiile conduc la imagini eronate referitoare la unele fenomene fizice. Astfel, analogia făcută de Huygens între undele luminice și undele de pe suprafața apei unui lac, sau undele sonore în aer, nu a fost prea fericită, deoarece, așa cum a stabilit ulterior, lumina este o undă electromagnetică transversală cu proprietăți diferite de undele cunoscute în mecanică. Una analogii care se fac între fenomenele macroscopice și cele microscopice conduc, adesea, la interpretări care nu corespund realității.

Cu toate acestea, considerăm că analogiile între fenomenele diferitelor domenii ale fizicii au un rol pozitiv și sînt de un real folos în procesul cunoașterii, facilitînd atât o mai bună fixare a cunoștințelor, cât și o vizuire mai clară asupra interconexiunilor diverselor procese ce se desfășoară în natură.

1. Oscilații mecanice

Din punctul de vedere al mecanicii, cel mai simplu sistem oscilant constă dintr-un corp m , fixat printr-un resort de constantă elastică k , (fig. 1)

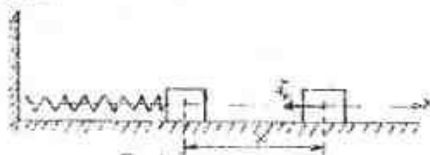


Fig. 1

Chiar și în studiul unui astfel de sistem simplu, sîntem nevoiți să admitem unele simplificări ca neglijarea masei resortului în raport cu masa corpului, respectiv a deformării corpului în raport cu deformarea resortului. În aceste aproximații, sistemul considerat are parametri concentrați: masa sistemului în corpul de dimensiuni neglijabile, iar capacitatea de deformare elastică în resort.

Cu cînd sistemul este scos din starea de echilibru și lăsat liber, la momentul $t=0$, acesta efectuează o mișcare oscilatorie, iar elongația sa - distanța de la poziția de echilibru - este dată de relația:

$$x = X_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1.1)$$

$$\text{unde } \omega_0 = \sqrt{k/m} \quad (1.2)$$

este pulsația proprie a sistemului, iar X_0 reprezintă amplitudinea, adică valoarea maximă a elongației elongete.

Printr-o mișcare oscilatorie periodică, corpul, ale cărei dimensiuni sînt $\ll \lambda$, se deplasează

$$x_0 = \omega_0^{-1} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \sqrt{k/m}$$

$$T_0 = 1/\omega_0 = 2\pi \sqrt{m/k} \quad (1.3)$$

Viteza caracteristică în acest caz, se calculează potrivit relațiilor cinematis fundamentale:

$$v = dx/dt = \omega_0 X_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = v_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1.4)$$

$$\text{unde } v_m = \omega_0 X_0 \quad (1.5)$$

este viteza maximă atinsă de corp, în timpul mișcării oscilatorii. Formula (1.4) mai poate fi scrisă sub formă:

$$v = v_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}) \quad (1.6)$$

Aceasta ne indică faptul că viteza corpului variază, în timp, după o lege armonică-sinusoidală sau cosinusoidală - la fel ca elongația x , dar este defazată, înaintea, cu $\pi/2$ radiani față de elongație.

Din formulele (1.1) și (1.4) rezultă:

$$v = \pm \omega_0 X_0 \sqrt{1 - \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)} = \pm \omega_0 \sqrt{X_0^2 - x^2} \quad (1.7)$$

Dependența de timp a accelerației corpului este:

$$a = dv/dt = -\omega_0^2 X_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -|a_m| \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x \quad (1.8)$$

$$\text{unde } |a_m| = \omega_0^2 X_0 \quad (1.9)$$

reprezintă modulul maxim al accelerației corpului.

În mișcarea oscilatorie armonică, considerată, sistemul are energia cinetică:

$$E_c = mv^2/2 = m\omega_0^2 X_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)/2 \quad (1.10)$$

și energia potențială de deformare elastică a resortului:

$$E_p = kx^2/2 = (kx_0^2/2) \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1.11)$$

$$= (mv_0^2/2) \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

iar energia mecanică a sistemului este:

$$E = E_c + E_p = (mv^2/2) + (kx^2/2) = kx_0^2/2 = mv_0^2/2 \quad (1.12)$$

Se constată că energia mecanică a sistemului este constantă și proporțională cu pătratul amplitudinii. De asemenea, energia mecanică a sistemului este egală cu energia cinetică maximă a corpului, respectiv cu energia potențială maximă de deformare a resortului. Cu alte cuvinte, mișcarea oscilatorie armonică reprezintă un proces periodic de transfer al energiei cinetice a corpului în energia potențială de deformare elastică a resortului și invers. Se poate arăta, că valorile medii ale energiei cinetice și potențiale, pe o perioadă, sînt egale între ele și reprezintă jumătate din energia mecanică a sistemului oscilant:

$$\bar{E}_c = \bar{E}_p = E/2 \quad (1.13)$$

Mișcarea oscilatorie, considerată, este neamortizată în sensul că amplitudinea, x_0 , rămîne constantă de la o oscilație la alta. Iar elongația, x , variază continuu, între $-x_0$ și $+x_0$, cu pulsația proprie ω_0 (Fig. 2)

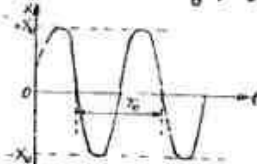


Fig. 2

Acest rezultat, obținut în urma calculului efectuat, este o consecință a faptului că se neglijează interacția dintre sistemul oscilant și mediul ambiant, ca, de exemplu, frecarea dintre corp și suprafața orizontală, sau forța de frînare a aerului. Interacția corpului cu mediul înconjurător este un proces complex care conduce la disiparea energiei sistemului, adică la faptul că o parte din energia acestuia se transformă în căldură.

Din punctul de vedere mecanic, interacția dintre corp și mediul în care se deplasează poate fi considerată prin introducerea unei forțe de frînare, proporțională cu viteza și viteza corpului și orientată în sens opus mișcării:

$$F = -\gamma v \quad (1.14)$$

unde γ este un coeficient de proporționalitate constant și strict pozitiv, care depinde de modul de interacție dintre corp și mediu.

Dacă asupra corpului acționează, pe lângă forța elastică $F = -kx$, forța de frînare (1.14) mișcarea oscilatorie a sistemului se numește amortizată. Pentru a putea studia, mai simplu, influența forței de frînare asupra mișcării oscilatorii amortizate, vom considera că forța de frînare are valori mici, astfel încît pierderile de energie, în decursul unei perioade, sînt mici în raport cu energia medie a sistemului. Menționăm că aceste aproximații nu reprezintă simple abstracții matematice ci corespund corpurilor reale, deoarece în alte condiții nu ar exista mișcarea oscilatorie.

Potrivit legii conservării energiei, energia disipată de către sistem în decursul intervalului de timp dt , este egală cu lucrul mecanic efectuat de forța de frînare:

$$dE = F_f \cdot dx = F_f \cdot v \cdot dt = -\gamma v^2 \cdot dt \quad (1.15)$$

de unde se obține:

$$dE/dt = -\gamma v^2 = -2\gamma a \cdot v/2\omega \quad (1.16)$$

Aplicînd această expresie pentru energia medie disipată, în timpul unei perioade, trebuie să înlocuim energia cinetică instantanee, $av^2/2$, prin valoarea sa medie (1.13):

$$dE/dt = -2\gamma \bar{E}_c/m = -2\gamma E/2m = -\gamma E \quad (1.17)$$

$$\text{unde } \gamma = \gamma/2m \quad (1.18)$$

este, așa numitul, coeficient de amortizare.

Formula (1.17) mai poate fi scrisă sub forma:

$$dE/E = d(\ln E) = -\gamma dt \quad (1.19)$$

de unde rezultă:

$$\ln E = -\gamma t + \ln C \quad (1.20)$$

unde C este o constantă a cărei valoare se obține admitînd că la momentul $t=0$, energia sistemului este E_0 , adică:

$$\ln C = \ln E_0; C = E_0; E = E_0 \cdot e^{-\gamma t} \quad (1.21)$$

Așadar, prima consecință importantă a prezenței forței de frînare constă în faptul că energia mecanică a sistemului scade exponențial în timp, potrivit relației (1.21).

A doua consecință este legată de proporționalitatea între energia sistemului și pătratul amplitudinii mișcării oscilatorii. Din această proporționalitate rezultă că amplitudinea mișcării oscilatorii amortizate scade exponențial, în timp, după legat:

$$x = x_0 \cdot e^{-\gamma t} \quad (1.22)$$

unde x este amplitudinea mișcării oscilatorii amortizate la momentul inițial, $t=0$. Astfel, în intervalul de timp

$$\Delta t = 1/\gamma \quad (1.23)$$

amplitudinea mișcării oscilatorii scade de "e" ori, iar energia sistemului scade, în același interval de timp, de "e" ori. Din acest motiv, intervalul Δt se numește timpul de viață a mișcării oscilatorii amortizate.

Este clar că, în prezența amortizării, are loc o mișcare oscilatorie numai dacă timpul de viață Δt este mult mai mare decît perioada oscilațiilor $T = 2\pi/\omega$, adică dacă în timpul Δt au fost efectuate un număr $N = \Delta t/T$, suficient de mare de oscilații $N \gg 1$.

Astfel, elongația mișcărilor oscilatorii amortizate este dată de relația:

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = x_0 \cdot e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1.24)$$

Această dependență este reprezentată în figura 3, în care se indică, punctat, dependența (1.22) a amplitudinii de timpul t .

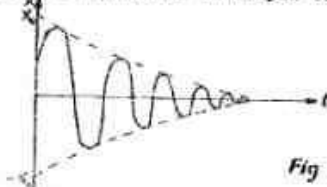


Fig. 3

În formula (1.24) am scris pulsația ω , nu pulsația ω_0 , deoarece prezența amortizării conduce la o treia consecință legată de mișcarea pulsației mișcării oscilatorii ($\omega < \omega_0$), adică la mărirea perioadei de oscilație ($T > T_0$).

Expresia pulsației mișcării oscilatorii amortizate poate fi obținută din următoarele considerații:

Dacă oscilația mișcării oscilatorii amortizate este dată de formula (1.24), viteza în stantane a corpului este:

$$v = dx/dt = x_0 \cdot e^{-\gamma t} [-\gamma \sin(\omega t + \varphi_0) + \omega \cos(\omega t + \varphi_0)] \quad (1.25)$$

Iar pentru accelerația instantanee se obține relația:

$$a = dv/dt = \dot{x}_0 e^{-\delta t} \left[(\dot{x}_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t + \varphi_0) - 2\delta \omega \cos(\omega t + \varphi_0) \right] \quad (1.25)$$

Po de altă parte, din principiul fundamental al dinamicii, avem:

$$m \ddot{x} = F_0 e^{-\delta t} - kx \quad (1.27)$$

$$m \ddot{x} = -(\gamma v/m) - (kx/m) = -2\delta \dot{x} - \omega_0^2 x \quad (1.28)$$

Se poate verifica simplu că prin înlocuirea vârfurilor x, v , și a din formulele (1.24) (1.25) în relația (1.28), rezultă:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (1.29)$$

Din această expresie se obține că, în prezența amortizării, mișcarea sistemului este oscilatorie numai dacă:

$$\delta < \omega_0; \quad \gamma/2m < \sqrt{k/m}; \quad \gamma < 2\sqrt{km} \quad (1.30)$$

$$\text{Pentru: } \gamma = 2\sqrt{km} \quad (1.31)$$

mișcarea sistemului se numește critic aperiodică, iar dacă

$$\gamma > 2\sqrt{km} \quad (1.32)$$

mișcarea se numește hiper-amortizată sau supra-amortizată și este, deci, aperiodică.

O caracteristică importantă a mișcărilor oscilatorii reale este așa numitul decrement logaritmic de amortizare, definit ca logaritmul natural din raportul amplitudinilor la momente t și $t+\tau$:

$$\delta = \ln \frac{X(t)}{X(t+\tau)} = \gamma \tau / 2 = 1/N \quad (1.33)$$

Se constată că decrementul logaritmic reprezintă inversul numărului de oscilații complete, N , efectuate de sistemul oscilant, în intervalul de timp Δt în care amplitudinea oscilațiilor reale de " n " ori.

Gradul de amortizare = mișcării oscilatorii mai este caracterizat și de factorul de calitate Q , definit prin raportul dintre forța elastică și forța de frinare. Deoarece aceste forțe sînt ambele variabile în timp, se compară valorile lor maxime:

$$Q = kx_0 / \gamma v_m = kx_0 / \gamma \omega_0 x_0 = \sqrt{km} / \gamma \quad (1.34)$$

Se mai poate scrie:

$$Q = k / \gamma \omega_0 = m \omega_0^2 / \gamma \omega_0 = 2m\gamma / \gamma \tau = \pi / \delta \tau =$$

$$= \pi / \delta = \pi N \quad (1.35)$$

Am considerat cazurile amplitudinilor slabe $\delta \ll \omega_0$ și $\omega \approx \omega_0$.

Din formulele (1.30) și (1.34) rezultă că pot efectua mișcări periodice numai acele sisteme oscilante pentru care factorul de calitate este $Q > 0.5$. Pe măsură ce crește factorul de calitate al sistemelor oscilante, mișcările oscilatorii libere sînt din ce în ce mai puțin amortizate și se apropie de mișcările oscilatorii armonice. Teoretic, nu pot efectua mișcări oscilatorii neamortizate, decât acele sisteme oscilante pentru care factorul de calitate, Q , este infinit. Este clar că, din punctul de vedere practic, nu este posibilă realizarea unor astfel de sisteme oscilante și ca urmare, toate mișcările oscilatorii sînt, într-o măsură mai mare sau mai mică, amortizate.

Prezența amortizării ne conduce la concluzia că sistemele oscilante pot efectua mișcări oscilatorii armonice numai dacă acestea sînt întreținute sau forțate, adică se compensează energia disipată, datorită forțelor de frinare, cu ajutorul unei surse de energie din afara sistemului. În cazul oscilatorului indicat în figura 1, compensarea energiei disipate se poate realiza dacă asupra corpului sînt acționând și o forță exterioară, a cărei valoare variază în

timp în timp:

$$F = F_0 \cos \omega t \quad (1.36)$$

Atfel, corpul fiind supus acțiunii a trei forțe și anume: forței elastice ($-kx$), forței exterioare de întreținere (1.36), principiul fundamental al dinamicii se scrie sub forma:

$$m \ddot{x} = F_0 \cos \omega t - kx - \gamma \dot{x} \quad (1.37)$$

sau

$$m \ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = F_0 \cos \omega t / m \quad (1.38)$$

Deoarece energia disipată, prin frinare este continuu compensată datorită lucrului mecanic efectuat de forța exterioară, corpul va efectua o mișcare oscilatorie armonică, cu amplitudine constantă X_0 și cu o pulsație ω de oscilație a valorilor instantanee ale forței exterioare:

$$x = X_0 \cos(\omega t - \alpha) \quad (1.39)$$

$$v = dx/dt = -\omega X_0 \sin(\omega t - \alpha) \quad (1.40)$$

$$a = dv/dt = -\omega^2 X_0 \cos(\omega t - \alpha) \quad (1.41)$$

unde α este defazajul dintre forța de întreținere și elongație.

După introducerea acestor expresii pentru x, v și a în formula (1.38) se obține:

$$X_0 \left[(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \alpha + 2\delta \omega \sin \alpha \right] \cos \omega t + F_0 \cos \omega t / m =$$

sau

$$X_0 \left[(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \alpha + 2\delta \omega \sin \alpha \right] \cos \omega t + X_0 \left[(\omega_0^2 - \omega^2) \sin \alpha - 2\delta \omega \cos \alpha \right] \sin \omega t = F_0 \cos \omega t / m \quad (1.42)$$

Este clar că această egalitate poate fi satisfăcută, la orice moment t , numai dacă:

$$(\omega_0^2 - \omega^2) \sin \alpha - 2\delta \omega \cos \alpha = 0 \quad (1.43)$$

$$X_0 \left[(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \alpha + 2\delta \omega \sin \alpha \right] = F_0 / m \quad (1.45)$$

Din formula (1.41) obținem:

$$\tan \alpha = 2\delta \omega / (\omega_0^2 - \omega^2) \quad (1.46)$$

de unde:

$$\sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{2\delta \omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} \quad (1.47)$$

și

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} \quad (1.48)$$

Introducînd pe $\sin \alpha$ și $\cos \alpha$ în formula (1.45) rezultă:

$$X_0 \left[\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} + \frac{4\delta^2 \omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} \right] = F_0 / m$$

$$X_0 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2} = F_0 / m \quad (1.49)$$

Atfel, ajungem la expresia amplitudinii mișcării oscilatorii forțate:

$$X_0 = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} \quad (1.50)$$

Se constată că amplitudinea oscilațiilor forțate este proporțională cu amplitudinea forței de întreținere F_0 , dar, în afară de aceasta, depinde sensibil de pulsația forței exterioare ω și pulsația proprie ω_0 a sistemului oscilant.

Pentru o pulsație ω , a forței exterioare denumită pulsație de rezonanță, amplitudinea mișcării oscilatorului forțat atinge o valoare maximă. Valoarea pulsației ω_r se găsește din condiția ca funcția:

$$f(\omega) = (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2 \quad (1.51)$$

să fie minimă, adică:

$$\frac{df(\omega)}{d\omega} \bigg|_{\omega=\omega_r} = -4(\omega_0^2 - \omega_r^2)\omega_r + 8\gamma^2\omega_r^3 = 0 \quad (1.52)$$

$$-\omega_0^2 + \omega_r^2 + 2\gamma^2 = 0; \quad \omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} \quad (1.53)$$

Din cele trei rădăcini posibile ale ecuației (1.52) am omis valoarea $\omega = 0$, pentru că ea reprezintă o valoare maximă, și o rădăcină negativă care nu are sens fizic.

Rezultă că pulsația de rezonanță, este egală cu pulsația proprie, $\omega_r = \omega_0$, sistemului oscilant-cum se indică adesea în manuale-nu mai în absența amortizării, adică pentru $\gamma = 0$. În rezonanță, amplitudinea mișcării oscilatorului forțat este:

$$x_r = \frac{F_0}{\omega \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} = \frac{F_0}{2\gamma\omega \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} \quad (1.54)$$

Dacă $\omega \rightarrow 0$, amplitudinea x_r (1.54) tinde spre o valoare constantă, numită amplitudine statică:

$$x_0 = F_0 / m\omega_0^2 = F_0 / k \quad (1.55)$$

Semnificația fizică a acestei mărimi este evidentă, ea reprezentând îndepărtarea corpului de la poziția de echilibru sub acțiunea unei forțe constante, de valoare egală cu amplitudinea forței de întreținere a mișcării oscilatorii.

Din formulele (1.54) și (1.55) se poate raporta amplitudinea la rezonanță, x_r , și amplitudinea statică, x_0 :

$$x_r/x_0 = k/2\gamma\omega \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = k/\gamma \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad (1.56)$$

Dacă amortizarea este relativ mică, $\gamma \ll \omega_0$, atunci putea scrie $\omega_0^2 - \gamma^2 \approx \omega_0^2$, și raportul (1.56) devine:

$$x_r/x_0 = k/\gamma\omega_0 \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = k/\gamma = Q \quad (1.57)$$

Așadar, am obținut o nouă semnificație a factorului de calitate, care constă în faptul că reprezintă raportul dintre amplitudinea mișcării oscilatorului forțat în condițiile de rezonanță și amplitudinea statică corespunzătoare sublinioasă, de asemenea, că transferul de energie din exterior spre un sistem oscilant se face, cu precădere, numai dacă pulsația forței exterioare este apropiată de pulsația de rezonanță ca caracterizează sistemul oscilant. Acest fenomen de transfer selectiv se exprimă, din exterior, către un sistem oscilant este cunoscut sub denumirea de rezonanță și prezintă o mare importanță în știință și tehnică.

Ne-am așezat mai pe larg asupra oscilațiilor mecanice din următoarele două motive: Pe de o parte, procesele care au loc în astfel de sisteme sînt mai intuitive și ne permit, în consecință, o înțelegere mai clară a oscilațiilor, în general. Pe de altă parte, așa cum va rezulta din cele ce urmează, procesele care au loc în circuitele electrice oscilante sînt analoage cu

cele întâlnite în studiul sistemelor mecanice, existînd corespondența micșor între mărimile mecanice și mărimile electrice respective.

2. Oscilații electrice magnetice



Fig. 4

Să considerăm circuitul electric indicat în figura 4. Dacă întrerupătorul K_1 este închis, iar întrerupătorul K_2 este deschis, condensatorul se încarcă cu sarcina Q_0 , astfel încît diferența de potențial dintre armăturile condensatorului devine egală cu tensiunea electromotivă a sursei de curent. Prin deconectarea bateriei și închiderea întrerupătorului K_2 se creează cel mai simplu circuit electric oscilant, format dintr-un condensator de capacitate electrică C și un solenoid de inducție L (fig. 5).

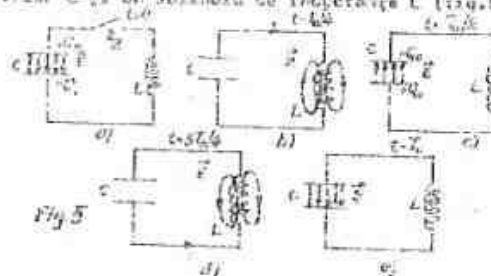


Fig. 5

În studiul circuitelor electrice se face, ca în cazul sistemelor mecanice similare, unele ipoteze simplificatoare. Astfel, capacitatea electrică între armăturile solenoidului se poate neglija, iar ω_0 , de capacitatea condensatorului, iar inducția condensatorului și a condensatorilor de legătură se neglijează în raport cu inducția bobinei. În acest fel, se obține un circuit electric oscilant cu parametrii: capacitatea electrică C și inducția L - condensator și bobină oscilant închis.

Vom încerca să urmărim procesele care au loc în circuitul oscilant, indicat în figura 5, începînd cu momentul $t=0$, cînd se închide întrerupătorul K_2 . Pentru început, cu se ia în considerație rezistența spirelor solenoidului și a conductoarelor de legătură, adică se va neglija disiparea energiei inițiale a cîmpului electric dintre armăturile condensatorului, prin efect Joule.

La momentul $t=0$, cînd se închide circuitul oscilant LC, condensatorul începe să se descarcă și, ca urmare, intensitatea cîmpului electric dintre armăturile condensatorului începe să scadă. Acest proces de descărcare a condensatorului este însoțit de apariția unui curent electric în circuit, care generează un cîmp magnetic în solenoid. La momentul $\omega t/4$ (fig. 5 b) condensatorul este complet descărcat și intensitatea cîmpului electric devine egală cu zero. Dar, în acest moment, intensitatea cîmpului magnetic atinge valoarea sa maximă, ceea ce înseamnă că energia cîmpului electric a fost transferată total în energia cîmpului magnetic. Condensatorul fiind descărcat, în circuit nu mai există curent electric care să mențină cîmpul magnetic generat anterior și, ca urmare, intensitatea cîmpului magnetic din solenoid începe să scadă. Prin urmare, legea inducției electrodinamice, scade-

rea intensității cîmpului magnetic este însoțită de micșorarea fluxului magnetic prin solenoid și deci, de apariția unui curent electric de autoinducție. Aplicînd legea lui Lenz, constatăm că sensul curentului electric de autoinducție coincide cu sensul curentului de descărcare a condensatorului, deoarece tinde să mențină cîmpul magnetic din solenoid. Curentul electric de autoinducție conduce la reîncărcarea condensatorului cu sarcină electrică și, respectiv, la generarea cîmpului electric între plăcile condensatorului, dar intensitatea cîmpului electric e de sens opus celei inițiale. (Fig. 5 c). Astfel, după intervalul de timp $t = T/2$, intensitatea cîmpului magnetic devine zero, iar intensitatea cîmpului electric atinge valoarea sa maximă, inițială. Adică, în intervalul de timp cuprins între $T/4$ și $T/2$, energia cîmpului magnetic se transformă, din nou, în energia cîmpului electric. Mai departe, condensatorul se descarcă, dar sensul curentului electric de descărcare este opus celui inițial. La momentul $t = 3T/4$, condensatorul este total descărcat, iar energia cîmpului electric transformată în energia cîmpului magnetic. Scăderea intensității cîmpului magnetic este, din nou, însoțită de apariția curentului electric de autoinducție, datorită căruia se reîncarcă condensatorul, astfel că la momentul $t = T$, starea electrică a circuitului este aceeași ca la momentul $t = 0$.

Dacă rezistența electrică a circuitului ar fi egală cu zero, atunci procesul periodic de transfer al energiei cîmpului electric în energia cîmpului magnetic și invers ar continua un timp nelimitat, obținîndu-se oscilații electromagnetice libere și neamortizate.

Urmărind trecerea energiei potențiale de deformare elastică a resortului în energia cinetică a corpului și invers, pentru fazele oscilațiilor mecanice a sistemului indicat în figura 1, respectiv transferul energiei cîmpului electric dintre armăturile condensatorului în energia cîmpului magnetic din solenoid, corespund zător fazelor reprezentate în figura 5, ne dăm seama de analogia perfectă dintre cele două sisteme oscilante, care s-ar părea, la prima vedere, că nu au nimic comun unul cu celălalt.

La un moment oarecare $t > 0$, fiind condensatorul este încărcat cu sarcină electrică q iar circuitul este parcurs de un curent electric de intensitate i , energia cîmpului electric dintre armăturile condensatorului, respectiv, energia cîmpului magnetic din solenoid, sînt date de formulele cunoscute:

$$E_e = q^2/2C \quad (2.1)$$

$$E_m = L \cdot i^2/2 \quad (2.2)$$

Potrivit legii conservării energiei, suma dintre energia cîmpului electric și energia cîmpului magnetic este, la fiecare moment t , egală cu energia inițială a cîmpului electric dintre armăturile condensatorului:

$$E = (q^2/2C) + (L \cdot i^2/2) = q_0^2/2C \quad (2.3)$$

de unde se obține:

$$i = \pm \sqrt{q_0^2 - q^2} / \sqrt{LC} \quad (2.4)$$

Din punctul de vedere matematic, există o analogie perfectă între formulele (1.7) și (2.4). Intensitatea curentului electric în circuit variază analog cu viteza corpului, în cazul oscilațiilor mecanice; intensitatea curentului are valoarea maximă cînd sarcina electrică de pe armăturile condensatorului este $q = 0$, iar viteza este maximă cînd elongația $x = 0$. De asemenea cînd sarcina electrică de pe armăturile condensatorului este maximă, $q = \pm q_0$, intensitatea curentului electric prin circuit este $i = 0$, ceea ce

corespunde faptului că viteza corpului este zero cînd acesta trece prin punctele de elongație $x = \pm x_0$.

Mai departe, analogia dintre formulele (1.7) și (2.4) ne conduce la expresia pulsației proprii a circuitului oscilant LC:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (2.5)$$

Frecvența proprie, respectiv perioada proprie, ale circuitului oscilant LC, sînt:

$$\omega_0 = 2\pi/T = 1/2\pi\sqrt{LC}; T_0 = 1/\omega_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad (2.6)$$

Expresia perioadei proprii a circuitului oscilant LC este cunoscută sub denumirea de formula lui Thomson.

Așadar, analogia dintre pendulul elastic și circuitul electric oscilant LC, ne conduce la stabilirea corespondențelor între elongația x și sarcina electrică q , între viteza v și intensitatea i a curentului electric prin circuit, între masa corpului m și inductanța L a solenoidului, respectiv între constanta de elasticitate k a resortului și inversul capacității electrice a condensatorului $1/C$.

Putem arăta simplu că, la fel cum formula (1.7) este o consecință a dependenței (1.1), formula (2.4) rezultă din dependența sarcinii electrice, de pe armăturile condensatorului, de timp:

$$q = Q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2.7)$$

Valoarea instantanee a intensității curentului electric prin circuit este:

$$i = dq/dt = \omega_0 Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = I_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2.8)$$

unde $I_0 = \omega_0 Q_0$ (2.9)

este valoarea maximă a intensității curentului electric prin circuit.

Din formulele (2.1), (2.2), (2.7) și (2.8) se obține:

$$E_e = q^2/2C = (Q_0^2/2C) \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2.10)$$

$$E_m = L \cdot i^2/2 = (LI_0^2/2) \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2.11)$$

Analog cu cazul pendulului elastic, energia medie a cîmpului electric este egală cu energia medie a cîmpului magnetic, fiecare reprezentînd jumătate din energia electromagnetică totală a circuitului.

$$\bar{E}_e = \bar{E}_m = E/2 = Q_0^2/4C = LI_0^2/4 \quad (2.12)$$

Urmărind, în continuare analogia între oscilațiile mecanice și oscilațiile electromagnetice, ne dăm seama că oscilațiile electromagnetice ale circuitelor LC, sînt neamortizate, deoarece am neglijat pierderile de energie prin efect Joule.

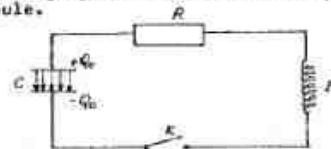


Fig. 6

Să considerăm circuitul electric indicat în figura 6. Dacă, la momentul $t = 0$, se închide întrerupătorul K în circuit vor apărea procese similare cu cele indicate în figura 5. Deosebirea va consta, însă, în faptul că datorită disipării energiei, prin efect Joule, în rezistorul cu rezistență R , sarcina electrică cu care se reîn-

capacitatea condensatorului va scădea, ca și ω și ω_0 la fel, și ca urmare oscilațiile electromagnetice vor fi amortizate. Astfel, în intervalul de timp dt , în circuit este disipată, prin efect Joule, energia:

$$dE = +R \cdot i^2 \cdot dt = -\frac{2R}{L} \cdot \frac{1}{2} L i^2 \cdot dt \quad (2.13)$$

Deoarece ne interesează, ca în cazul oscilațiilor elastice, energia medie disipată în timpul unei perioade, în formula (2.13) trebuie să înlocuim energia instantanee a cîmpului magnetic prin valoarea sa medie.

Astfel, din formulele (2.12) și (2.13) se obține:

$$dE = -\frac{2R}{L} \cdot \frac{E}{2} \cdot dt = -\frac{R}{L} E \cdot dt = -\gamma E \cdot dt \quad (2.14)$$

unde coeficientul de amortizare este:

$$\gamma = R/2L \quad (2.15)$$

La fel ca din formule (1.17), rezultă:

$$E = E_0 \cdot e^{-\gamma t} \quad (2.16)$$

unde E este energia cîmpului electric dintre armăturile condensatorului la momentul $t=0$.

Așadar, energia medie a circuitului oscilant, RLC, indicat în figura 6, scade exponențial în timp. Acesta conduce la faptul că sarcina electrică de pe armăturile condensatorului prezintă următoarea dependență de timp:

$$q = Q_0 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2.17)$$

De asemenea, pulsația ω este mai mică decât pulsația proprie ω_0 , fiind dată de relația (1.29):

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{(1/LC) - (R^2/4L^2)} \quad (2.18)$$

Iar perioada oscilațiilor electromagnetice amortizate este:

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{(1/LC) - (R^2/4L^2)} \quad (2.19)$$

Din aceste relații rezultă că prezența rezistorului, cu rezistență R , în circuitul electric oscilant permite realizarea oscilațiilor electromagnetice periodice numai dacă:

$$\gamma < \omega_0 \quad ; \quad R/2L < \sqrt{1/LC} \quad ; \quad R < 2\sqrt{L/C} \quad (2.20)$$

Pentru: $R \geq 2\sqrt{L/C} \quad (2.21)$

în locul oscilațiilor electromagnetice, în circuit are loc descărcarea aperiodică a condensatorului. În aceste situații se spune că oscilațiile electromagnetice sînt hiper-amortizate sau supraamortizate și, ca urmare, sînt aperiodice. Valoarea rezistenței:

$$R_c = 2\sqrt{L/C} \quad (2.22)$$

pentru care se realizează trecerea din regimul periodic în regimul aperiodic se numește rezistență critică.

Timpul de viață al oscilațiilor electromagnetice amortizate este:

$$\Delta t = 1/\gamma = 2L/R \quad (2.23)$$

adică este proporțional cu inductanța L a solenoidului și invers proporțional cu rezistența ohmică a circuitului oscilant.

Factorul de calitate al circuitului oscilant, Q , este dat de formula (1.35)

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{L/C} = (1/2\gamma) \cdot (2\pi/T) = \omega_0/2\gamma \quad (2.24)$$

Pentru amortizări slabe ($\gamma^2 \ll \omega_0^2$), pe care scrie $\omega \approx \omega_0$ și deci,

$$Q \approx \omega_0/2\gamma = 1/2\gamma \sqrt{L/C} = \sqrt{L/C}/R \quad (2.25)$$

Am ajuns la formula cunoscută din manual care este, în sfârșit, valabilă numai în cazul unor amortizări slabe.

Rezultă, în concluzie, că oscilațiile electromagnetice într-un circuit electric oscilant sînt neamortizate numai dacă rezistența electrică a circuitului este $R=0$, adică factorul de calitate este $Q=\infty$. Deoarece, în condiții normale, rezistența firului din care este confecționată bobina și rezistența conductorilor de legătură nu pot fi egale cu zero, oscilațiile electromagnetice libere sînt totdeauna amortizate.

Pentru menținerea oscilațiilor, adică pentru compensarea pierderilor de energie, prin efect Joule, la bornele circuitului (fig. 7) se aplică o tensiune alternativă sinusoidală, analog cu forța de întreținere (1.36):

$$u = U_0 \cdot \cos(\omega t) \quad (2.26)$$

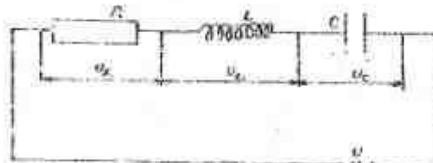


Fig. 7

În urma efectuării calculului, cu utilizarea analogiilor menționate, se obține expresia amplitudinii sarcinii q_0 și, de aici, de pe armăturile condensatorului:

$$q_0 = U_0/L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2} = U_0/\omega \sqrt{(1/LC) - \gamma^2 + R^2} \quad (2.27)$$

Pe baza acestei formule putem stabili expresiile tensiunii maxime la bornele condensatorului, respectiv a intensității maxime pentru curentul electric prin circuit:

$$U_{0C} = q_0/C = U_0/\omega C \sqrt{(1/LC) - \gamma^2 + R^2} \quad (2.28)$$

$$I_0 = \dot{q}_0 = U_0/\sqrt{R^2 + (1/\omega C - \omega L)^2} \quad (2.29)$$

Rezultă că, analog cu formula (1.53), pulsația de rezonanță pentru amplitudinea sarcinii electrice q_0 și, respectiv, pentru amplitudinea tensiunii la bornele condensatorului este:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{(1/LC) - (R^2/4L^2)} < \omega_0 \quad (2.30)$$

În timp ce pulsația de rezonanță pentru intensitatea curentului electric prin circuit este egală cu pulsația proprie a circuitului.

Curbele de rezonanță pentru amplitudinea intensității curentului electric prin circuit, adică dependența I_0 de pulsația ω a tensiunii alternative, aplicate la bornele circuitului, sînt reprezentate în figura 8.

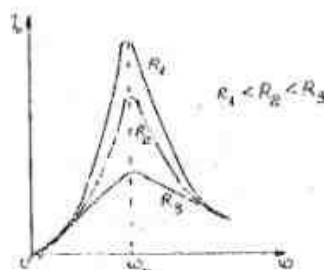


Fig. 6

Pentru $\omega = 0$, amplitudinea intensității curentului electric prin circuit este egală cu zero, ceea ce corespunde alimentării circuitului oscilant la o sursă de curent continuu. La rezonanță curentului electric, pulsația tensiunii alternative este egală cu pulsația proprie a circuitului, iar amplitudinea intensității curentului electric este:

$$I_{0,r} = U_0/R \quad (2.31)$$

Din punctul de vedere al oscilațiilor circuitelor oscilante, prezintă importanță lărgimea de bandă, $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, adică intervalul pulsațiilor, reprezentat în figura 9, în care amplitudinea intensității curentului electric este de la valoarea $I_{0,r}/\sqrt{2}$:

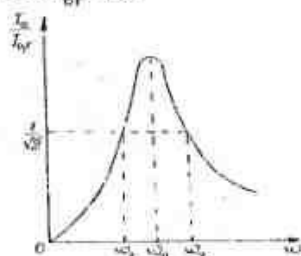


Fig. 9

$$\frac{U_0^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2} = \frac{U_0^2}{2R^2}$$

$$\text{sau } (1/\omega C) - \omega L = \pm R \quad (2.32)$$

Această ecuație poate fi adusă la formă:

$$1 - \omega^2 LC = \pm \omega CR = \pm \omega C \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{1}{C}} = \pm \omega \sqrt{LC}/Q \quad (2.33)$$

de unde:

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} \pm \frac{1}{Q} \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - 1 = 0 \quad (2.34)$$

Rădăcinile acestei ecuații sînt:

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \mp \frac{1}{2Q} \pm \sqrt{1 + (1/4Q^2)} \quad (2.35)$$

Pentru circuitele oscilante cu factori de calitate suficient de mari, astfel încît:

$$1/4Q^2 \ll 1, \text{ se obține:}$$

$$\omega_1 = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2Q}\right); \quad (2.36)$$

$$\omega_2 = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right)$$

Așadar, lărgimea de bandă pentru curbele de rezonanță ale curentului electric prin circuitul oscilant, care efectuează oscilații forțate, este:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \omega_0/Q \quad (2.37)$$

Se poate verifica faptul că pentru factori de calitate suficient de mari, formula (2.37) rămîne valabilă și pentru curbele de rezonanță ale tensiunii la bornele condensatorului, respectiv, pentru curbele de rezonanță ale sarcinii electrice maxime de pe armăturile condensatorului.

CONSIDERAȚII

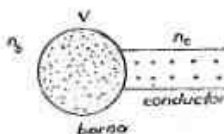
asupra unui fenomen ELECTRONIC (ii)

În acest capitol, sub același titlu, am prezentat (vezi capitolul I) faptul că la conductoare, foarte subțiri puterea disipată prin efect Joule depinde de forma acestora. În continuare voi prezenta un alt fenomen ce implică această dependență.

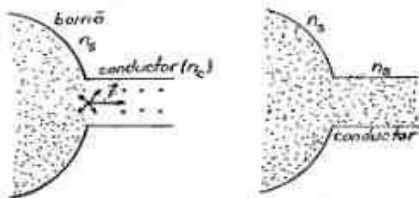
Să analizăm modul în care se transmite cîmpul electric într-un conductor și cel în care apare potențialul. În primul rînd să luăm un conductor simplu (deconectat de la orice sursă de tensiune).

$$\dots \dots \dots$$

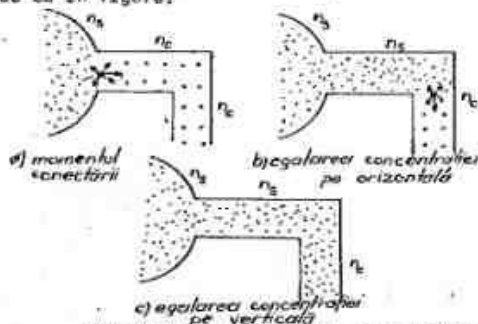
Electronii liberi cu o anumită concentrație n_e , între ei se exercită forțe de interacțiune ce depind de n_e . În continuare conectăm conductorul la una din bornele unei surse de tensiune, caracterizată de concentrația n_s ($n_s > n_e$). Potențialul bornei depinde de n_s . Figura de mai jos prezintă chiar momentul conectării (înainte ca potențialul conductorului să devină egal cu cel al bornei).



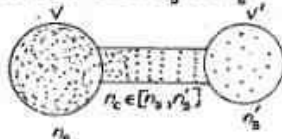
Asupra electronilor aflați în suprafața de separare dintre sursă și conductor se vor exercita forțe care îi vor împinge în interiorul conductorului, a cărei concentrație va deveni egală cu n_s .



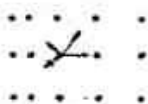
Potențialul conductorului va deveni egal cu cel al bornei. Dacă înainte de conectare conductorul este îndoit astfel încît să formeze un unghi de 90° , aceasta nu va influența cu nimic modificarea concentrației n_c . Fenomenul are loc ca în figură:



Revenind la conductorul drept, conectăm acum și celălalt capăt al conductorului la cea de-a doua bornă a sursei ce are un potențial V' și o concentrație n' . Astfel electronii vor fi antrenati în mișcare de drift. De-a lungul conductorului potențialul va varia de la V la V' . Iar concentrația de la n_s la n' .

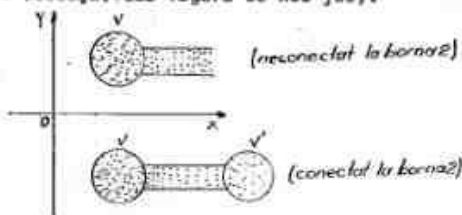


Mișcarea unui electron este determinată de acțiunea în sensul deplasării a unei forțe rezultante (vezi figura)

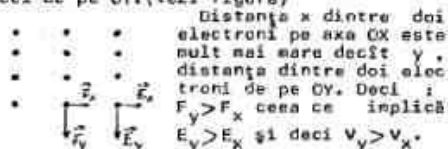


Electronul se află la o distanță mai mică de cel din spatele lui decât cel din fața lui (concentrația variază de-a lungul conductorului deci și distanța dintre electroni). Astfel se explică apariția forței rezultante.

Se observă că datorită conectării la cea de-a doua bornă se modifică doar distanța dintre electroni de pe direcția conductorului (OX), cea de pe direcția perpendiculară (OY) rămânând aceeași (vezi figura de mai jos).

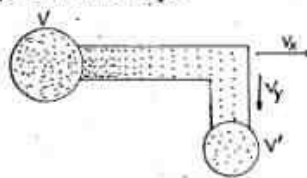


Se constată că în orice punct din conductor potențialul de pe direcția OX este diferit de cel de pe OY. (vezi figura)



V_y este aproximativ egal cu V (deoarece distanța y este egală cu distanța dintre electroni din borna 1).

La un conductor drept faptul că $V_y > V_x$ nu are importanță, însă la un conductor îndoit la 90° apare o influență.



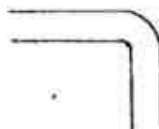
Calculând suma căderilor de tensiune (II) obținem:

$$U = (V - V_x) + (V_y - V') = V - V' + V_y - V_x$$

Cum $V_y > V_x$ rezultă că $U > V - V' = U_0$ (U_0 este tensiunea la borne adică tensiunea sursei).

Practic apare un surplus de tensiune care explică creșterea puterii disipate prin efect Joule odată cu modificarea formei conductorului.

În realitate îndoirea conductorului nu se poate face perfect drept ci printr-o racordare.

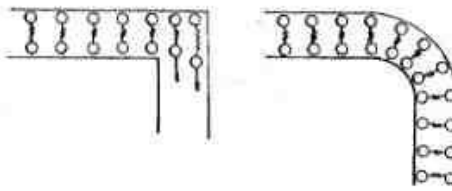


Cu cît raza cercului de racordare este mai mare cu atît potențialul V_y se apropie de V_x .

La conductoarele subțiri raza este mică și deci dependența puterii de formă este mai accentuată. În schimb

la conductoarele mai groase, raza fiind mare (în raport cu distanțele dintre electroni), dependența va fi practic nulă.

Un echivalent mecanic al fenomenului este cel din figura de mai jos:



Elev Vătră Cosmin Ștefan
Liceul "Nicolae Bălcescu"
Clasa a XI-a-informatică
Brăila

CALIDOSCOP

ISTORIOARE CURIOASE

Foarte simplu: Un ziarist l-a întrebat pe A. Einstein: În ce fel înseamnă dumneavoastră căreia ideii? Aveți un carnet special de însemnări sau folosiți vreo cartotecă? - Dragă, a răspuns fizicianul, ideile adăvărate vin în cap atât de rar, că pe ele nu-i greu să le reții în minte. - Dar cum apar invențiile care transformă lumea? - Foarte simplu, reții că ceva e imposibil de făcut. Întâmplător se găsește un ignorant care nu știe aceasta. El este acela care și face invenția.

Poziția și pirghia: Odată ce Galileo galilei a căpătat o faimă deosebită, a început să fie vizitat de personalități ilustre cu care era nevoit să discute diferite teme. Una din cei ce l-a vizitat a zis: "Nu pot înțelege cum un lucrător, folosind numai o pirghie, poate ridica și atrănuie blocuri de marmură, de câteva ori mai grele decât dinul? - Nu-i nimic de mirare, răspunde Galilei. Nu-și înțeleg oamenii când oamenii mădăcrii ocupând posturi sau poziții înalte, pot să facă cu mult mai mult, decât oamenii talentați, dar care se află pe poziții mai joase?"

Am terminat-o în doi ani: Celebrul fizician W. Heisenberg, unul din creatorii mecanicii cuantice și plășat să lucreze în zilele de vară prin livadă. Odată l-a găsit lucrând la ce gârde, care nu împlinesc nici douăzeci de ani. Văzând că și el lucrează, l-a întrebat politicos: Cu ce se ocupă el. El studiază vară fizica răspunde în glumă: avertisul. - Nu mai spuneți, zise fata mirată. La această vîrstă de abia o studiază. Noi la această vîrstă o în doi ani!

Locul cel mai bun de odihnă: Soția l-a sfătuit pe Edison, care era obosit să plece la odihnă. Unde? A întrebat pe... - Alegeți singur un loc plăcut pentru odihnă, l-a răspuns soția. - Am ales. Mîine dimineață mă îndrept într-acolo, să mă odihnesc, zise Edison. În ziua următoare soția l-a găsit fără greutate pe Edison odihnindu-se în laboratorului său.

VIESPILILE SI GRAVITATIA

Studii speciale au arătat că viespile își construiesc cuiburile fiind acasă de legile gravitației. Intr-adevăr pentru a realiza oă postul necesar vieșii unei "colonii" de viespi, lucrătorile, insecte strobile "înărcinate" cu munca obligată alay locul vîntului stup, în podurile caselor, sau în mici caverne subterane. Aici ele utilizează materialul de construcție aflat la îndemînă, praf, argilă, deșeurile de hîrtie, paie, etc. Amestecîndu-le cu salivă proprie ele prepară un fel de mortar cu se întărește rapid. Din această viespile construiesc un "stîlp de susținere" în jurul căruia se vor amplasa etajul înărcit, adică hexagonele, "incubatoarele" stupului. Dar fapt cu totul remarcabil, lucrările încep de sus în jos. Filonul central este realizat perpendicular pe boltă și este de fapt suspendat de aceasta, în mod similar "apartamentele" fîcărui etaj sînt amplasate cu "podușus" în sus și cu "întarș" în jos. Iată ansamblul calculat astfel încît să suporte greutatea proprie și pe cea a numerelor săi locuitori. A fost identificat la viespi și un organ foarte perfecționat din punct de vedere biologic, care le permite să detecteze și să măsoare intensi-

tatea câmpului gravitațional. El este situat se pare chiar în mijlocul frunții cranului micilor insecte și este "responsabil" pentru performanțele neobișnuite în domeniul orientării și calculării rezistenței construcțiilor lor pe care le realizează. Acest organ este mult mai sensibil decât cele mai complicate aparate electronice. Descoperirea se consideră că este un punct crucial în rezolvarea enigmei gravitației. Testate în laborator viespile au mai relevat și alte cu lităși neașteptate. Un roi de insecte a fost amplasat într-o celulă cu pereți transparenti pe o centrifugă foarte mare. Aceasta a fost învîrtită permanent, foarte mult timp. Coșportamen-tul lor l-a stupefiat pe cercetători. Ele au început să-și construiască "apartamentele" spre exteriorul ansamblului în mișcare. Aceasta înseamnă că ele au fost capabile să recunoască și să măsoare intensitatea forței centrifuge, care compensează greutatea, conform teoriei lui Einstein ar trebui să nu se poată face distincție între gravitație și ericare altă forță. Ori viespile au reușit această performanță.

"MINUSILE" PICATE DIN CER

-continuare-

35 mai continuăm cu întîlnirile. ÎU să spunem câteva desigur, dar să le explicăm mai în-ți pe cele ovestite. Căci toate "minusile" de pr care a fost vorba nu sînt decît niște fenomene atmosferice care au un singur lucru neobiș-nuit în ele: se petrec rar și, unele, numai în anumite regiuni ale globului. Ieșc. a avînd o explicație științifică verificată și clară, în sta-re să ridice vîlul misterios și ridicol, cu care au fost acoperite mîlarii întregi de către igno-ranță și misticism.

Strînga a stabilită cu precizie că vir-tejurile mari de vînt, cînd omul se rofeste și simulează, se ridică în sus, într-o spirală cu o viteză de 50-100 m/s, pot absorbi și deplasa în spațiu obiecte de tot felul, unele relativ grele cîm se găsește deasupra mării. Așezarea vîntu poate "sorbi" o cantitate uriașă de apă, cu tot ce se găsește în ea, iar de deasupra uscutului ridică praf, și chiar animale noi mici. "Plouă de pește", picușă deasupra localității africane Kisoro, este rezultatul unui asemenea fenomen. De unde au fost "ridicați" peștii, avînd în vede-re că pe aici nu există ape curgătoare și nici marea bălți? Treaba de aer a scula o cantitate de apă și pește din lacul Victoria și l-a adus ca pe o... mîna cerească, năpăstuiților locuitori din Kisoro.

În Danemarca a "plouat" tot din aceea-ți cauză, timp de 20 minute, cu răci vii, ba peste unele regiuni au căzut ploi mai puțin agreabile într-o cît vîntățile păcate din cer se numeau păsărilor, gîndaci, broaște, șopîrle și alte ania-le mîrunte. Căstfel, populațiile Portugalei, Spaniei, Danemarcei, Scoției și chiar ale Norvegiei, au căpătat nu o dată de la năstrugul de vînt hîrni... corească, constînd din raci și mai ales din heringi. De, lîngă localitatea mexicană Tija-nona, aflată pe coasta Pacificului, s-a produs o adevărată invazie de pești zburători, cotopulți-ți de vînt tocmai din regiunea insulelor Hawaii și purtați prin aer pe o distanță uriașă.

Și locuitorilor din statul american Co-roina de Nord li s-a făcut un "cadou" de către taifunul "Gazella", constînd în cochiliile de gas-tropode, lăm de bambus și nucii de cocos, cărate de pe insula Haiti, timp de trei zile, cele de 1500 km.

Grăditi-vă la "ploaie de carne". Ce-o fi fost pe sufletul acelor oameni, grosternați la pămînt și cerînd ajutor lui Allah, împotriva uragii de "carne" atît de dogetată de ei. Căci și "ploaie de carne" este tot o năstrugie a vîntu-lui care, ridicînd din ape rapinări, în cantită-ți uriașe, o anumită specie de licheni, a sfîrșit-

rat-o și a udat-o bine, dându-i aspectul acela, greșon, de carne și a servit-o "en detox", pe spinările singurilor călători din zonă.

Locuitorii din Chambery-Franța (1848) și cei de lângă Kiev-URSS (1956) s-au priceput cu... o "ploie de lapte". Curgese laptele din cer (nu și ...mierea) și toate se făceau, vorba aceea...ca laptele. Păi să nu te "crucești"? Și gur lucrurile s-au lămurit dar nu și de către cei superstițioși, care văd în toate acestea numai "semne" și "prevestiri". De unde "mulgea" sfînta divinitate atîtea capre? Tot vîntul adu-se, pînă deasupra acestor așezări, praf de cretă sau de hîmă albă și-l pricepsese pe oameni, că sibă ce spăla.

Fiindcă de mîncat, vă dați seama, nu era bun!

Dan Ruxanda

REZOLVITORI DE PROBLEME

LICEU

Arad: Ruja Ispas IX(15) Liceul - Moise Nicoară.

Sibiu: Micaela Pavel X(25) Liceul real-umanist; Alba Mihaila X(21); Brăila: Bulancea Emil IX(14) Liceul "Panait Cerna"; Bobo Mariana X(2); Liceul "Nicolae Iorga"; Condrus Cătălin XII (11) Liceul "Panait Istrati"; Mircea Ciprian IX(33) Liceul ind.-Progresul; Târnava Ionuț IX(71); Perianu Andreia Carmen XI(42) Școala Normală - Brăila.

Făurei: Dumitracu Eduard IX(21) Liceul teoretic.

Galați: Tilihoi Cristian X(36) Grupul școlar nr.1.

GHIMAZIU

Bîrla: Iud. Arad: Bondareanu Cristina VI(14), Vasca Natalia VI(20).

Brăila: Dobrițoiu Nicoleta VII(16) Liceul generală nr.33 Școala generală nr.7.61.50V. Grebenel Cristian (16), Gucolănu Simona (19), Chiurtu Cristina (21), Dragomir Gabriel (9), Dumitracu Iuliu (42), Dumitracu Violeta (21), Treleanu Raluca (10), Ghiorghiță Ciprian (26), Gheorghe Veronica (20), Lungu Alina (18), Ivașcu Daniela (19), Mogoșanu Simona (42), Niță Cristian (16), Pascu Mădălina (5), Prîcop Simona-Adriana (36), Scorțat Andreia (51), Stănculescu Dragos (21), Stefan Radu (16), Vășilescu Dana-Mihaila (40), Vișeș Sorin (23), Voiculescu Angela (40). Clasa a VII-a Cîde Daniela (20), Dobre Marșen (30), Lupu Laura (27), Morțu Patruța-Iolanda (20), Nemes Claudia (30), Nima Nicoleta (32), Tigănuș Iulia (31), Clasa a VI-a F: Plugaru Arius (27). Clasa a VII-a B: Blaga Andreea (18), Bunea Gana (18), Constantina Iuliana-Doreen (20), Constantinoiu Rodan (18), Coțigă Corina (5), Cuzmin Ciprian (17), Dinulescu Carmen (18), Dobrițoiu Teodora (16), Donescu Ion (15), Iliescu Ana-Maria (17), Ion Ana-Maria (13), Iorga Veronica (15), Manea Simona (19), Marinescu Adelina (14), Orzan Claudia (17), Păunescu Dana-Monica (35), Păvăleanu Virgil (13), Porcu Mihail (17), Stănciu Cătălin (20), Sîgu Anca (30), Urutu Răzvan (18), Văcăreanu Diana (13). Clasa a VIII-a B: Bonard Simona (30), Burcă Florentina (16), Căbeleanu Victoria (32), Dobrotă Veronica (26), Fichianu Anca Irina (25), Iacomi Steluța (25), Ion Daniel (43), Ionuțu Valeria (33), Milea Laura-Ileana (25), Moțescu Marius (27), Sultun Adrian (35), Tudose Răzvan (25). Clasa a VIII-a D: Berbec Anca (17), Berechet Claudiu (17), Butunoi Cristina (17), Cojocaru Irina (26), Comșa Gemina (17), Corobanțu Mădălina (17), Dragomir Octavia (10), Drăgan Lilișca (17), Mișailă Mariana (17), Modrogeanu Mirela (17), Rusea Cornelia (17), Săghin Eugenia (17), Surdeanu Cătălin (17), Tîrcoșu Maria-Cristina (17), Vlașescu Gana (15).

Dialog cu CITITORII

Iată-ne ajunși la numărul 10 al revistei (cuplat cu numărul 11, datorită încheierii anului școlar), încercînd să fac un bilanș provizoriu, urînd ca bilanșul definitiv să fie făcut în numărul următor, pentru a putea considera și rezolvările trimise în problemele propuse în acest număr. Numărul următor va apare la 15 septembrie, odată cu începutul anului școlar și va fi tot un număr dublu-12 și 13 cercușușilor lunilor august și septembrie. În mare structură, revista va rămîne aceeași, edica cu probleme propuse pentru fiecare clasă, care să urmărească parcurgerii programului școlar dar vor fi adăugate la anumite probleme și dă și rezolvarea completă.

Încet dar sigur, revista a pîrîns peste 21 de juneie ale școlii, antrenînd un număr de peste 200 de rezolvitori de probleme cu care 4000 de probleme rezolvate. Cele mai multe apariții în rubrica "Rezolvitori de probleme" l-au cunoscut Perianu Andreia Carmen de la Școala normală și Stănculescu Victoria de la Liceul "Bucur" din Brăila. Cele mai multe probleme rezolvate le-au avut Andreia Carmen-182, Delia Iulian-Păun-166, Tilihoi Cristian-Mădălina-117, Treleanu Raluca-Liceul "Nicolae Iorga" și Stănculescu Victoria-Liceul "Bucur"-Brăila cu câte 116 probleme rezolvate. Situația aceasta va suferi o ușoară modificare, așa că bilanșul va fi dat la începutul anului școlar viitor.

De remarcat numărul mare de rezolvitori de probleme-28 de elevi de la Școala generală nr.7 din Brăila, printre care Scorțat Andreia și bi probleme. Adresaz pe neașteptate cele felicitări doamnei profesoră Vîșeș Corina, care a reușit să antreneze un număr așa de mare de elevi, a rezolvitori de probleme. Urmează apoi Liceul "Cămin" cu 28 elevi rezolvitori de probleme, printre care merită felicitări pe deplin îndreptățite pe George.

Au primit cuvînt de la doamna din partea elevilor Dobrițoiu Nicoleta de la Școala generală nr.33 Brăila și de la doamna elevului Cămin de la Școala "Panait Cerna", dar care are și cuvînt de critică, de care vom ține cont la aparițiile următoare.

Au trimis rezolvări corecte la aritmetică grîful din numărul 8, următorii elevi: Delia Iulian-Făurei; Dobrițoiu Nicoleta-Brăila, Vornicu Mirela și Vasilescu Adriana din orașul Ianca-Brăila.

Adresaz încă odată pe această cale mulțumiri, tuturor colegilor, profesori care au ajutat la difuzarea revistelor, cit și colaboratorilor.

Vă doresc vacanță plăcută!

Următoarea apariție
a REVISTEI, va avea loc
la data de 15 SEPTEMBRIE
nr. 12-13, pentru lunile
AUGUST-SEPTEMBRIE

